

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2018

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

**16-MC-A3 Analyse des systèmes et régulation**

## Question 1 (20 pts)

La figure 1 montre le schéma d'un circuit fluide à deux réservoirs (tank). Le système est décrit par les 4 équations:

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1$$

$$\frac{h_2}{R_2} = q_2$$

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2$$

avec  $q$  la variation de débit entrant par le haut du « Tank 1 »,  $q_1$  la variation de débit du « Tank 1 » vers le « Tank 2 »,  $q_2$  la variation de débit sortant du « Tank 2 »,  $h_1$  la variation de hauteur du « Tank 1 »,  $h_2$  la variation de hauteur du « Tank 2 »,  $C_1$  la capacité du « Tank 1 »,  $C_2$  la capacité du « Tank 2 »,  $R_1$  la résistance hydraulique linéarisée entre le « Tank 1 » et le « Tank 2 »,  $R_2$  la résistance hydraulique linéarisée en sortie du « Tank 2 ».

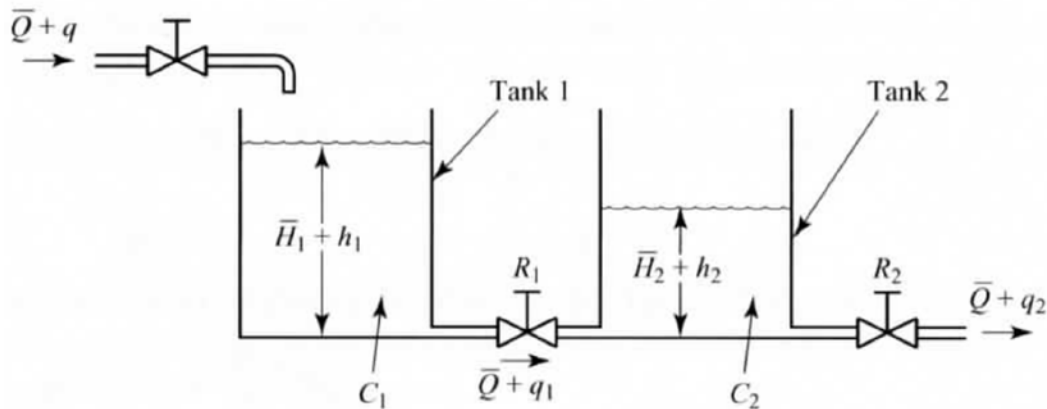


Figure 1.

### Questions :

- 1 – Déterminer les expressions des transformées de Laplace des 4 équations. (5 points).
- 2 – Dessiner le schéma blocs en indiquant clairement, tous les signaux ( $Q(s)$ ,  $Q_1(s)$ ,  $Q_2(s)$ ,  $H_1(s)$  et  $H_2(s)$ , tous les paramètres ( $C_1$ ,  $R_1$ ,  $C_2$ ,  $R_2$ ) et la variable de Laplace ( $s$ ) ? (10 points).
- 3 – Dédire la fonction de transfert  $Q_2(s)/Q(s)$  ? (5 points).

## QUESTION 2 (20 pts)

On considère la commande d'un moteur asservi en position (Figure 2) avec un retour en vitesse de gain  $K_h$ , l'inertie en rotation  $J$ , le coefficient de frottement visqueux  $B$ , le gain du moteur  $K$ , la perturbation  $D(s)$ , la consigne  $R(s)$  et l'angle  $C(s)$ . La consigne est une rampe unitaire  $r(t)=t$  pour  $t>0$ . La perturbation est constante de valeur  $d(t)=d$  pour  $t>0$ .

Question :

- 1 – Exprimer  $E(s)$  en fonction de  $D(s)$ ,  $R(s)$ ,  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $K_h$  et  $s$  (10 points)
- 2 – Calculer l'erreur finale de positionnement en fonction de  $B$ ,  $K$ ,  $K_h$  et  $d$ . (10 points)

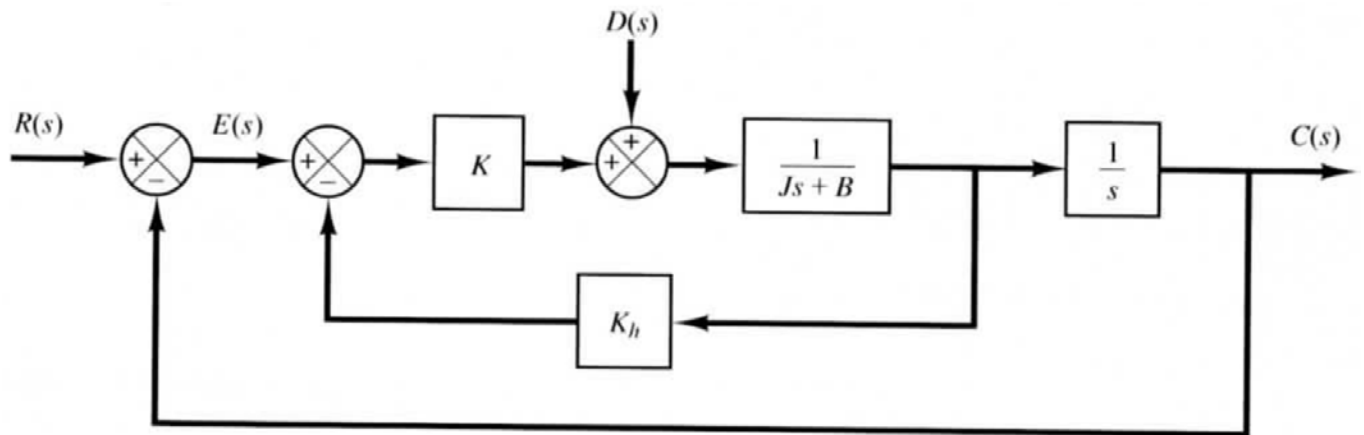


Figure 2.

### QUESTION 3 (20 pts)

La figure 3 présente le schéma bloc d'un système asservi de référence  $R(s)$  et de sortie  $C(s)$ .

Le compensateur de type PID a pour fonction de transfert l'équation suivante :

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

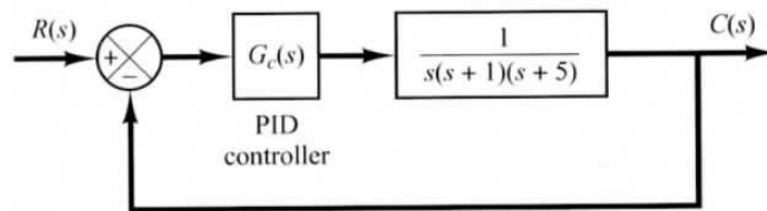


Figure 3.

#### Questions :

- 1 – Pour  $G_c(s)=K_p$ , en utilisant le critère de Routh, déterminer le gain  $K_p = K_{cr}$  qui place le système bouclé à la limite de la stabilité. (10 points)
- 2- Pour  $G_c(s)=K_{cr}$ , calculer la période de l'auto-oscillation  $P_{cr}$  en secondes. (5 points).
- 3 – En utilisant  $K_{cr}$ ,  $P_{cr}$  et les règles de Ziegler-Nichols, déterminer la fonction de transfert du compensateur  $G_c(s)$  (5 points).

#### QUESTION 4 (20 pts)

La figure 5 présente les branches d'un tracé des lieux d'Evans (root-locus) correspondant au système de la figure 4. Le tracé des lieux d'Evans pointe trois lieux des pôles pour  $k= 7, 8$  et  $16$ .

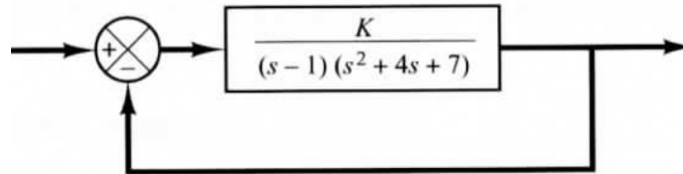


Figure 4.

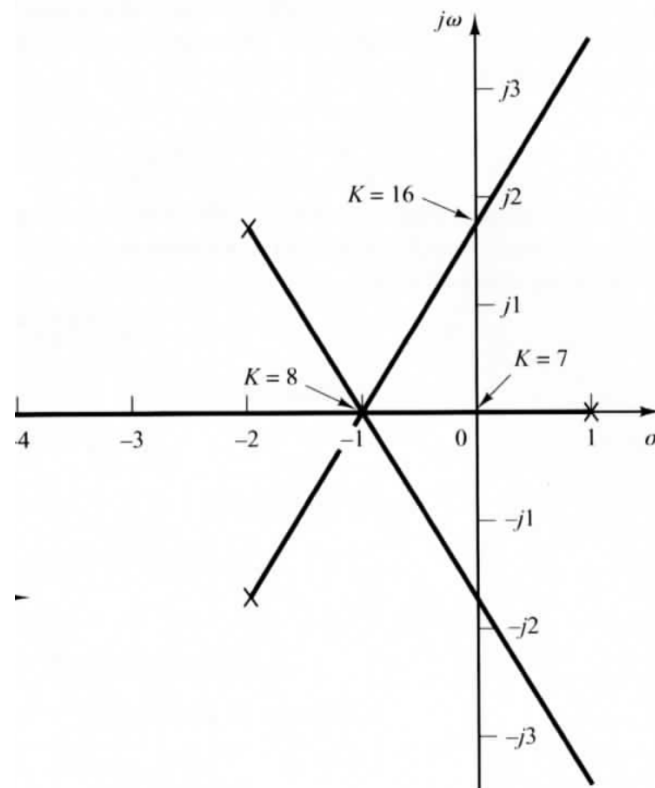


Figure 5.

#### Questions :

- 1 – En utilisant la figure 5, déterminer si le système est stable pour  $K \rightarrow 0$  et pour  $K \rightarrow \infty$ . (5 points).
- 2 – En utilisant la figure 5, déterminer la plage de valeur de  $K$  qui assure la stabilité. (5 points).
- 3 – Pour  $K=16$ , calculer précisément la fréquence de la pulsation d'oscillation. (10 points).

## QUESTION 5 (20 points)

La figure 6 présente le tracé de Bode  $KG_c(s)G(s)$  avec  $K=1$ . La marge de gain est de 12 dB.

Questions:

- 1- Le système compensé  $KG_c(s)G(s)$  est-il stable en boucle fermée avec  $K=2$  ? (5 points)
- 2- Le système compensé  $KG_c(s)G(s)$  est-il stable en boucle fermée avec  $K=5$  ? (5 points)
- 3- À qu'elle fréquence (en rad/s) faut-il lire la marge de phase ? (5 points)
- 4- Peut-on affirmer que la marge de phase est supérieure à 30 degrés ? (5 points)

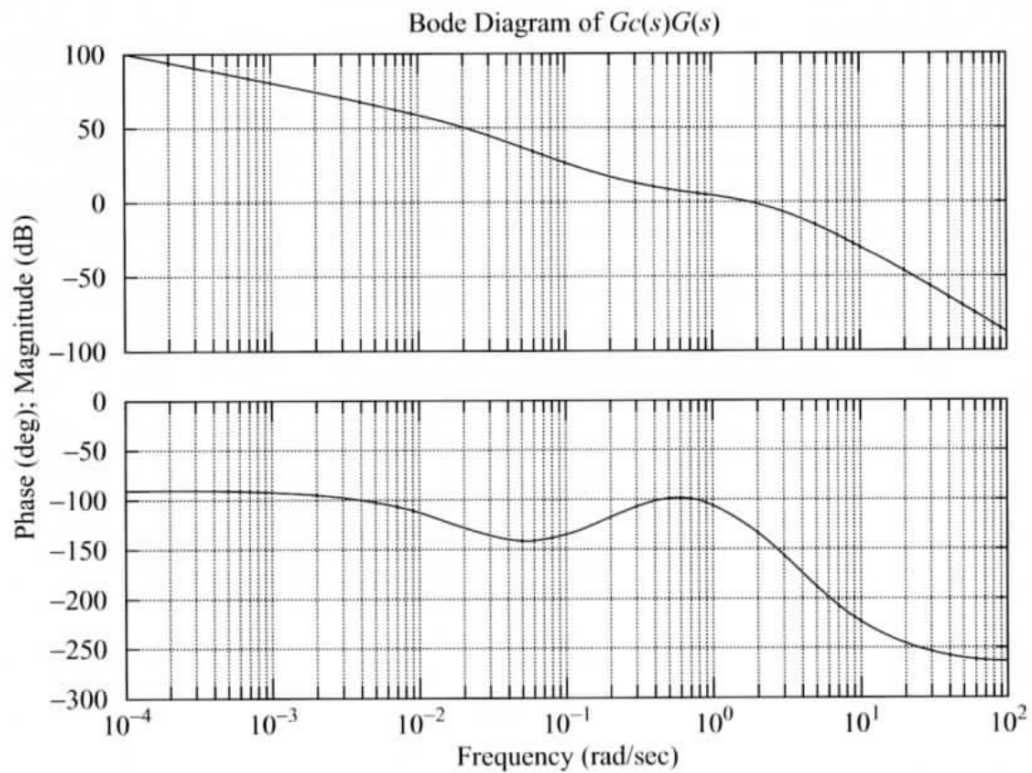


Figure 6.