

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2017

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

**16-MC-A3 Analyse des systèmes et régulation**

## QUESTION 1 (25 pts)

La figure 1 présente le schéma d'un joint flexible de robot.

Les équations de la dynamique sont

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{MgL}{I} \sin(x_1) - \frac{k}{I}(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{k}{J}(x_1 - x_3) + \frac{1}{J}u\end{aligned}$$

avec les variables

$$\begin{aligned}x_1 &= q_1 & x_2 &= \dot{q}_1 \\ x_3 &= q_2 & x_4 &= \dot{q}_2\end{aligned}$$

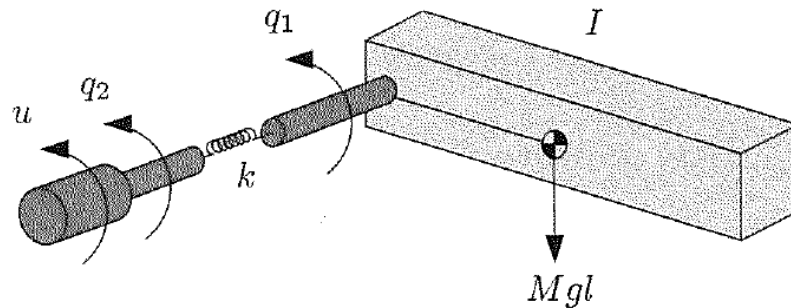


Figure 1.

### Questions :

- 1 –Donner les expressions des équations linéarisées en considérant que l'angle  $q_1$  est proche de 0 rad. (5 points).
- 2 –Donner les expressions des transformées de Laplace des 4 équations de la dynamique avec des conditions initiales nulles. (5 points).
- 3 – Dessiner le schéma blocs causal en identifiant bien tous les signaux ( $x_1(s)$ ,  $x_2(s)$ ,  $x_3(s)$ ,  $x_4(s)$  et  $u(s)$  ), tous les paramètres ( $I$ ,  $l$ ,  $J$ ,  $M$ ,  $g$  et  $k$  ) et la variable de Laplace ( $s$ ) ? (15 points).

## QUESTION 2 (25 pts)

On considère le système de commande de température montré en Figure 2 où  $H(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)}$

Le contrôleur est un PID :  $C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$ .

La référence est un échelon unité :  $r(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ 1 & \text{for } t \geq 0 \end{cases}$ .

L'erreur finale du signal de positionnement est définie comme :  $e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ .

Question :

- 1 – Calculer la fonction de transfert  $Y(s)/R(s)$  pour  $C(s)=K_p$   $T_D=0$  et  $1/T_I=0$ . (5 points)
- 2 – Calculer la valeur du gain critique  $K_p$  qui rend la boucle fermée instable. Calculer la période critique d'oscillation qui correspond au gain critique (15 points).
- 3 – En appliquant le réglage de Ziegler et Nichols basé sur le gain critique et la période critique, calculer la valeur des gains du PID, soit  $K_p$ ,  $T_D$  et  $T_i$ . (5 points).

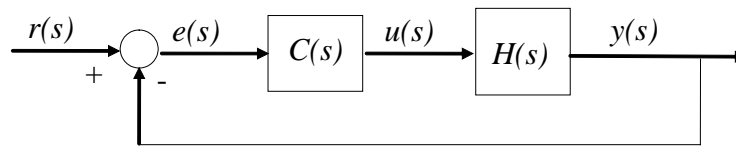


Figure 2.

### QUESTION 3 (25 points)

La figure 3 présente un système de positionnement de consigne  $R(s)$  et de sortie  $Y(s)$ .

#### Questions:

- 1- Calculer la fonction de transfert  $Y(s) / R(s)$  pour  $D(s)=0$  ? (15 points)
- 2- Démontrer que l'erreur finale de positionnement est nulle dans le cas d'une consigne de positionnement constante  $r(t)=1$  et  $D(s)=0$ . (10 points)

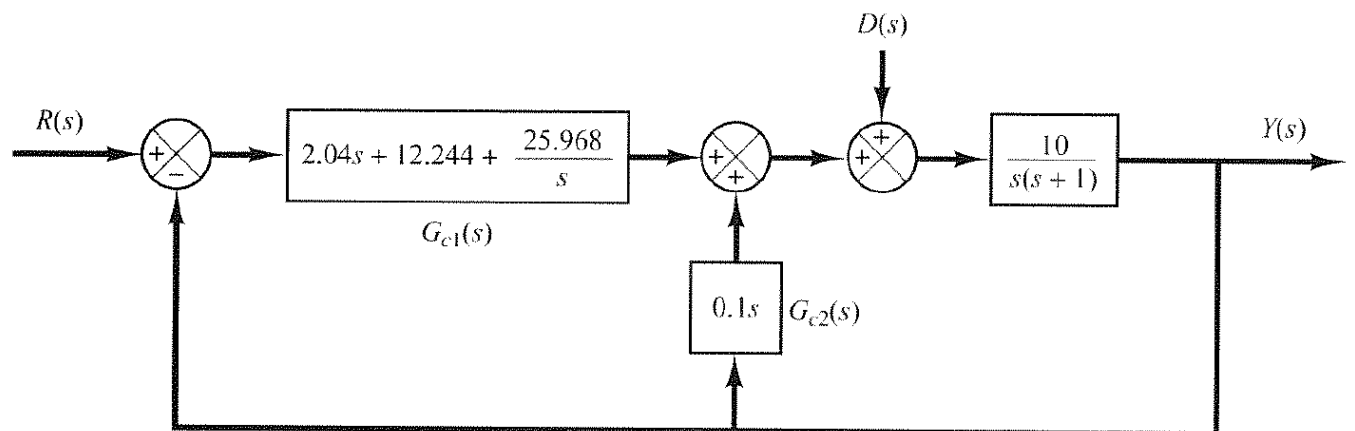


Figure 3.

## QUESTION 4 (25 points)

La figure 4 présente les tracés de Bode d'un réacteur chimique  $G(s)$  en boucle-ouverte dont la fonction de transfert est de la forme :

$$G(s) = \frac{K e^{-Rs}}{s(s+a)(s+b)}$$

avec  $R=0.1$ ,  $a=4$  et  $b=10$ .

### Questions:

- 1- En considérant la réponse à 0.2 rad/s, trouver la valeur du gain  $K$ . (15 points).
- 2- Le système  $G(s)$  est-il stable en boucle ouverte ? (5 points).
- 3- En lisant le graphique, déterminer la marge de gain. (5 points).

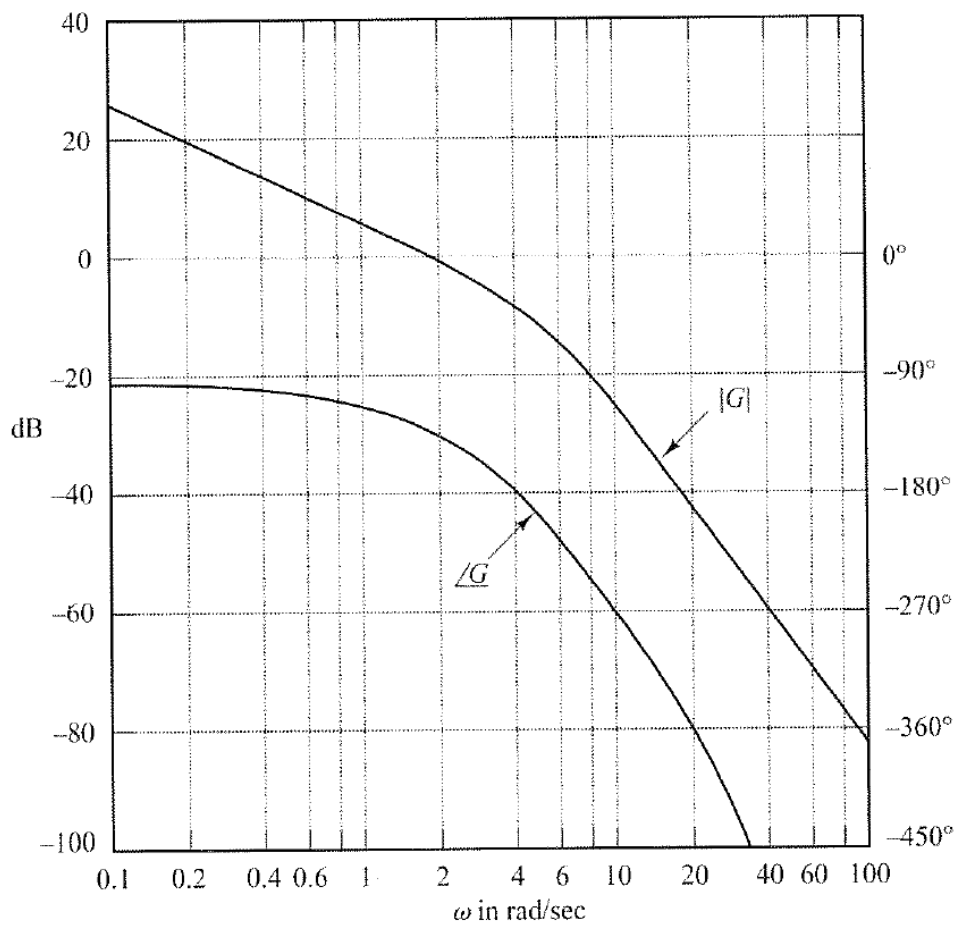


Figure 4.