

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2017

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

**16-MC-A3 Analyse des systèmes et régulation**

### Question 1 (20 pts)

La figure 1 montre le schéma d'un amortisseur.

On suppose que le système est décrit par les équations suivantes :

$$A(P_1 - P_2) = kz$$

$$q = \frac{P_1 - P_2}{R}$$

$$\frac{dy}{dt} - \frac{dz}{dt} = \frac{q}{A\rho}$$

avec  $A$  la section du piston,  $k$  la raideur du ressort,  $R$  la résistance à l'écoulement dans la restriction,  $P_1$  la pression à la droite du piston,  $P_2$  la pression à la gauche du piston,  $y$  le déplacement du piston,  $z$  le déplacement du ressort et  $q$  le débit dans la restriction.

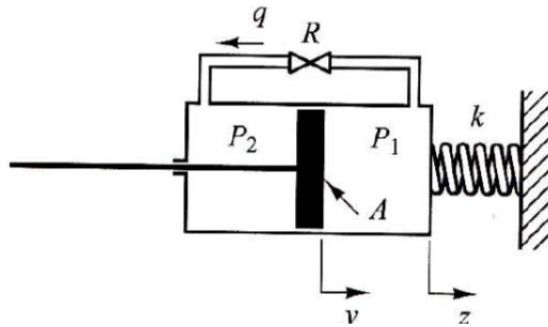


Figure 1.

#### Questions :

- 1 – Déterminer les expressions des transformées de Laplace des 3 équations. (5 points).
- 2 – Dessiner le schéma blocs avec clairement indiqué dessus : tous les signaux ( $Q(S)$ , l'entrée  $Y(s)$ ,  $P_1(s)$  -  $P_2(s)$  et la sortie  $Z(s)$ ), tous les paramètres ( $R, A, \rho, k$ ) et la variable de Laplace ( $s$ ) ? (15 points).

## QUESTION 2 (20 pts)

On considère la commande d'un système asservi (Figure 2) avec un compensateur PID (PID Controller).

Les spécifications requièrent que la réponse à un échelon unité de la perturbation soit telle que les pôles de la boucle fermée sont: 1 pôle en -10, 2 pôles complexes conjugués avec  $\zeta=0.5$  (amortissement) et  $\omega_n=4$  rad/s (pulsation naturelle).

Question :

- 1 – Calculer l'équation caractéristique  $C(s)/D(s)$  pour  $R(s)=0$ . (5 points)
- 2 – Calculer l'équation caractéristique du système spécifié en boucle fermée. (5 points)
- 3 – Calculer la fonction de transfert du compensateur PID (PID Controller). (10 points).

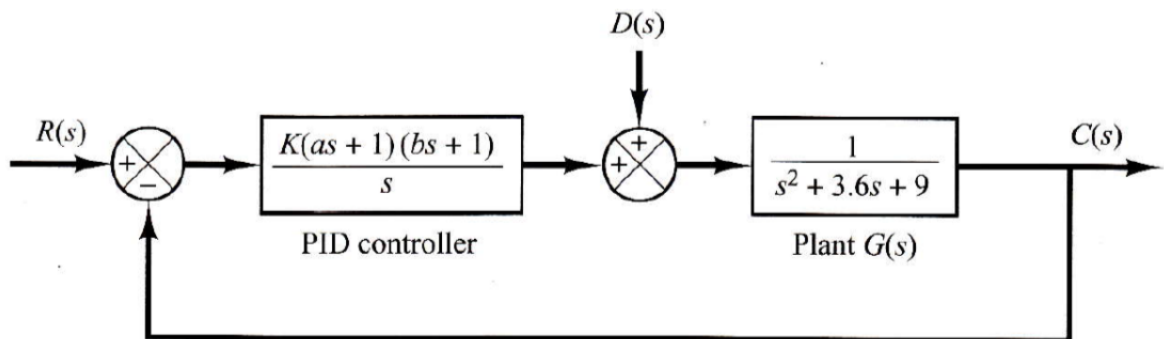


Figure 2.

### QUESTION 3 (20 pts)

La figure 3 présente le schéma bloc d'un compensateur de référence  $E(s)$  et de sortie  $Y(s)$ .

En condition normale d'utilisation, on a

$$\left| \frac{a}{a+b} \frac{K}{s} \frac{T_1 s}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + 2T_2)s + 1} \right| \gg 1$$

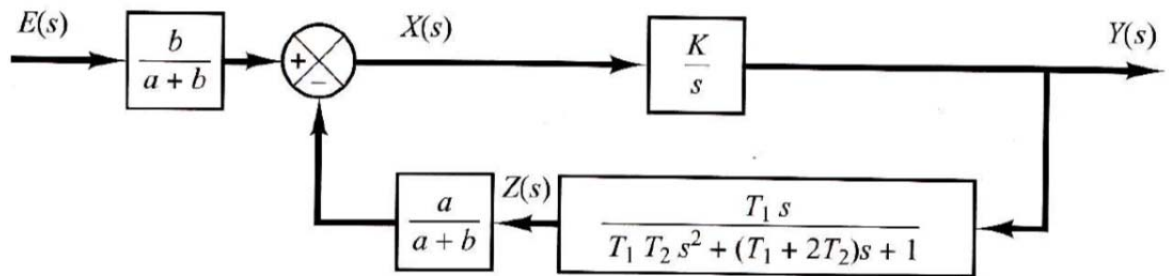


Figure 3.

#### Questions :

- 1 – Déterminer la fonction de transfert  $Y(s)/E(s)$  ? (5 points).
- 2 – Démontrer que le système  $Y(s)/E(s)$  est équivalent à un contrôleur PID. (10 points).
- 3 – Donner l'expression des gains  $K_p$ ,  $K_i$  et  $K_d$  en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $b$  et  $a$ . (5 points).

## QUESTION 4 (20 pts)

La figure 4 présente les branches d'un tracé des lieux d'Evans (root-locus) correspondant à un système composé de 3 sous-systèmes en série noté  $k=0, 1$ , et  $2$ .

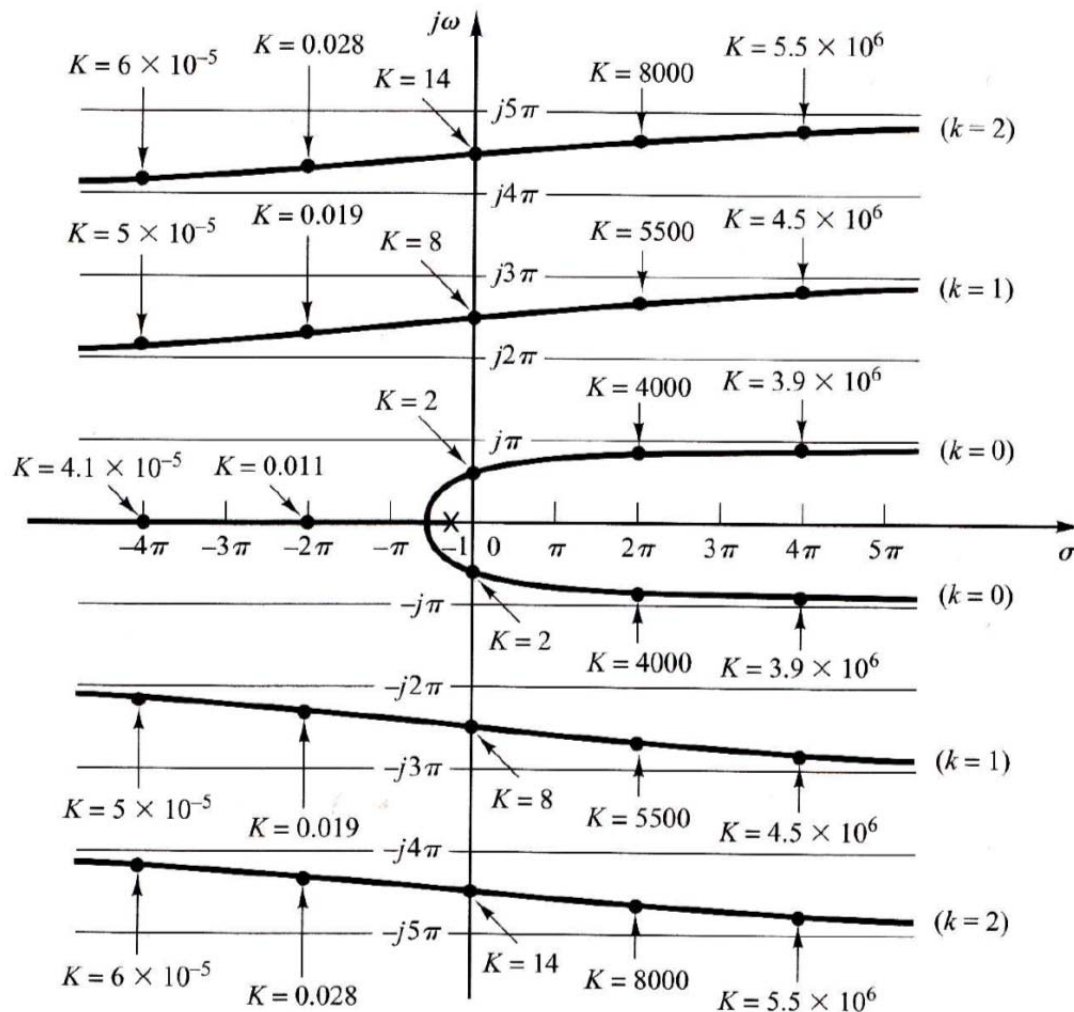


Figure 4.

### Questions :

- 1 – Déterminer la stabilité du système en boucle fermée pour  $K=0.028$  (5 points).
- 2 – Déterminer la stabilité du système en boucle fermée pour  $K=8$  (5 points).
- 3 – Déterminer la stabilité du système en boucle fermée pour  $K=2$  (5 points).
- 3 – Déterminer le pôle du sous-système 0 ( $k=0$ ) en boucle ouverte. (5 points).

## QUESTION 5 (20 points)

La figure 5 présente le trace de Bode d'un système  $K(s)G(s)$  en boucle ouverte avec  $K(s)=1$ .

Questions:

- 1- En lisant la figure, donner la marge de phase et la marge de gain de  $G(s)$ . (5 points).
- 2- Pour  $K(s)=2$ , quelle est la marge de gain de  $K(s)G(s)$  ? (5 points)
- 3- Pour  $K(s)=0.4426/s$ , estimer la marge de phase de  $K(s)G(s)$  ? (10 points)

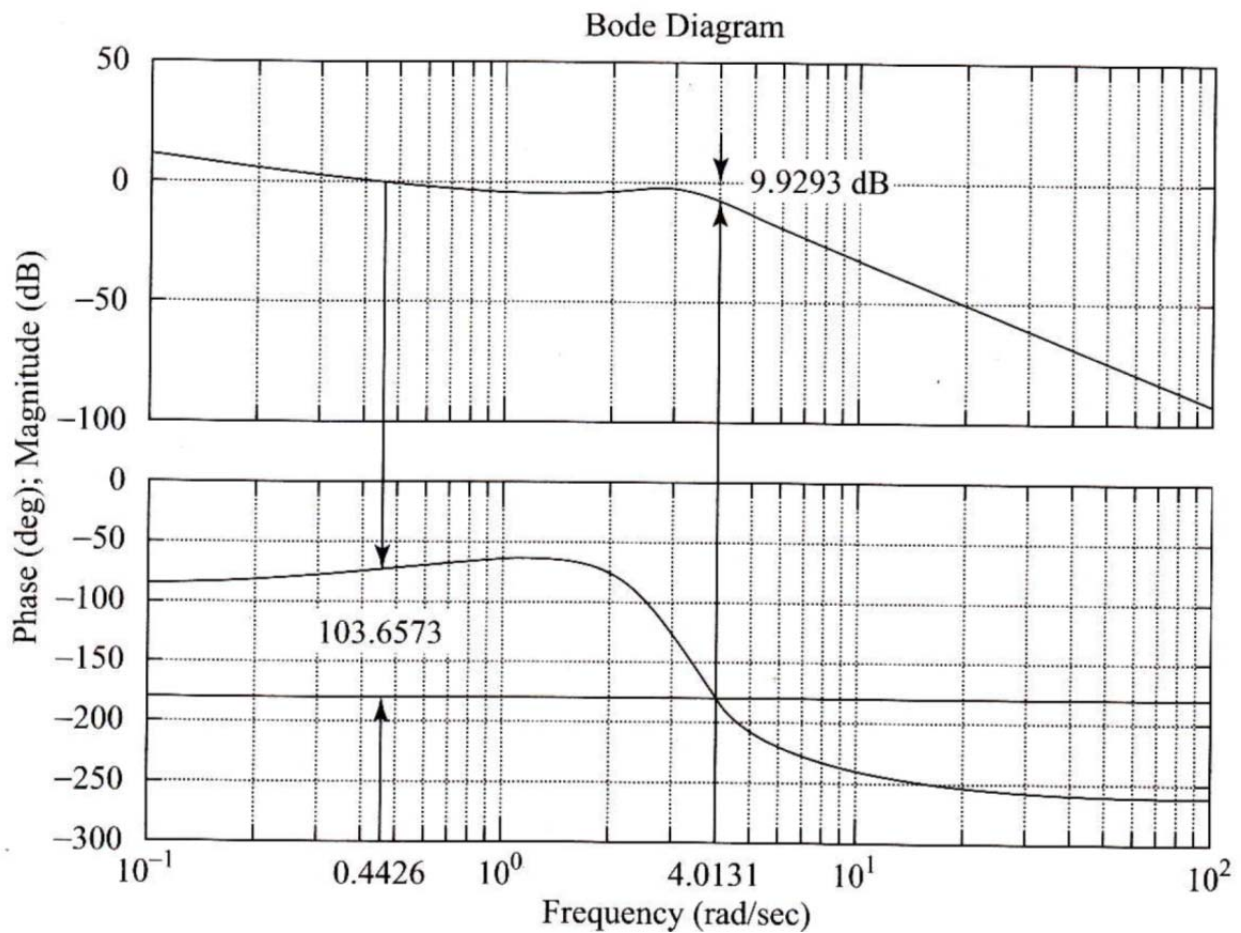


Figure 5.