ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

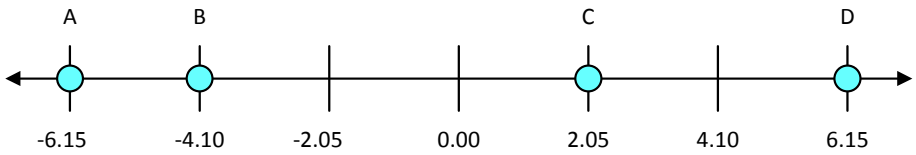
SESSION DE MAI 2019

Examen à livre ouvert
Les calculatrices programmables, les calculatrices communicantes et les ordinateurs sont interdits.
Durée de l'examen : 3 heures

16-EL-A3 Signaux et communications

Question 1 : **(20 points)**

Condidérez la constellation de signaux PAM ci-dessous en coordonnées de l'espace signal.



a) Supposez pour l'instant que les quatre symboles sont équiprobables.
   i) Déterminez les seuils de décisions pour chaque symbole.
   ii) Donnez la distance minimale dans l'espace signal.
   iii) Quelle est l'efficacité spectrale en **bande passante** ? Supposez une impulsion idéale de Nyquist.

b) Maintenant, supposons que les symboles A, B et D sont équiprobables et que le symbole C est 3 fois plus probable que le symbole A.
   i) Quelle est la probabilité de chaque symbole ?
   ii) Indiquez à l'aide d'un schéma, **mais sans faire le calcul exact**, comment doit être déplacé le seuil de décision γ_{BC} entre les symboles B et C. Supposez un canal à bruit blanc additif gaussien (AWGN).

Question 2 : **(20 points)**

On désire moduler le signal $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ en modulation FM, où $A_m = 1$ et $f_m = 100$ kHz. Le signal modulé FM, $s_{FM}(t)$, est de la forme :

$$s_{FM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right]$$

avec $A_c = 10$ et $f_c = 1$ MHz. La déviation maximale de fréquence de $s_{FM}(t)$ est de 200 kHz.

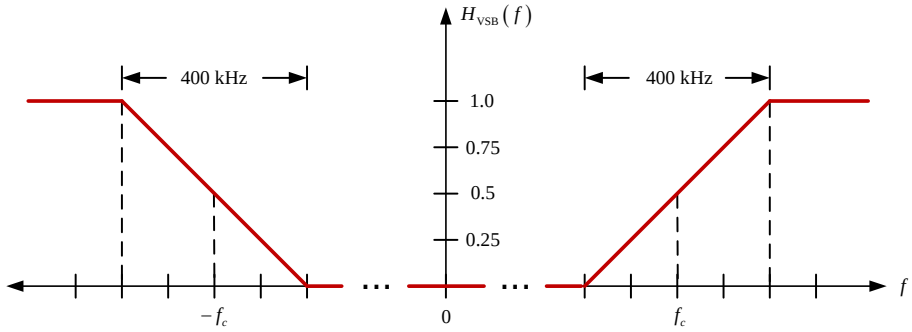
a) En utilisant la formule de Carson, estimez la largeur de bande de transmission, B_T, du signal FM.

b) Déterminez le spectre d'amplitude $S_{FM}(f)$ en fonction de f_c et de f_m.

c) Déterminez la valeur numérique des composantes spectrales de $S_{FM}(f)$ dans la plage de fréquences 700 kHz $\leq f \leq$ 1.3 MHz en indiquant clairement la valeur numérique de ces composantes spectrales.

Question 3 : **(20 points)**

Soit le message $m(t) = A_{m_1} \cos(2\pi f_{m_1} t) + A_{m_2} \cos(2\pi f_{m_2} t)$ où $A_{m_1} = 2$, $A_{m_2} = 3$, $f_{m_1} = 100$ kHz et $f_{m_2} = 300$ kHz. On transmet $m(t)$ en modulation à bande latérale résiduelle (modulation VSB : vestigial sideband) avec une fréquence porteuse $f_c = 5$ MHz avec $A_c = 1$. Les caractéristiques du filtre VSB sont montrées ci-dessous.



a) Donnez l'expression du spectre $M(f)$ en indiquant clairement la valeur de chacune des composantes spectrales.

b) Donnez l'expression du spectre d'amplitude du signal VSB $S_{\text{VSB}}(f)$ en indiquant les valeurs numériques de toutes les composantes spectrales.

Question 4 : **(20 points)**

Un système numérique émet des données à un débit de 5 mégabits par seconde. Ce signal est modulé en BPSK et transmis dans un canal à bruit blanc addititif gaussien AWGN de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance 10^{-20} watts par hertz. L'amplitude du signal BPSK reçu (sans bruit) est de 10 microvolts avec une impédance de 50 Ω.

a) Quelle est l'énergie par bit E_b du signal BPSK ?

b) Déterminez la probabilité d'erreur moyenne P_{BPSK} avec le récepteur BPSK.

c) Quelle est la probabilité d'erreur moyenne P_{DPSK} si on utilise plutôt la modulation DPSK (Differential Phase Shift Keying).

d) Comparez les résultats obtenus avec les 2 récepteurs.

Question 5 : **(20 points)**

Une source génère une séquence binaire avec un débit $R_b = 260$ Mbits/s. La séquence est modulée en bande passante à une fréquence porteuse $f_c = 2.5$ GHz en modulation 32-QAM et filtrée avec un filtre à cosinus surélevé.

a) Est-il possible de transmettre ces symboles 32-QAM à la fréquence porteuse avec une largeur de bande $B_T = 70$ MHz ? Si oui, quelle est la valeur du facteur α (*roll-off factor*) ?

b) Quelle est la largeur de bande de transmission minimale en modulation 32-QAM si on peut faire varier le facteur α ?

c) Expliquez en vos propres mots l'avantage d'utiliser un filtre à cosinus surélevé pour la transmission de données.

Fonction de Bessel (pour $0 \leq n \leq 10$)

n	$J_n(0)$	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$	$J_n(4)$	$J_n(5)$	$J_n(6)$	$J_n(7)$	$J_n(8)$	$J_n(9)$	$J_n(10)$
0	1	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	-0.1776	0.1506	0.3001	0.1717	-0.0903	-0.2459
1		0.4401	0.5767	0.3391	-0.0660	-0.3276	-0.2767	-0.0047	0.2346	0.2453	0.0435
2		0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.0466	-0.2429	-0.3014	-0.1130	0.1448	0.2546
3		0.0195	0.1289	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	-0.1676	-0.2911	-0.1809	0.0584
4		0.0025	0.0340	0.1320	0.2811	0.3912	0.3516	0.1578	-0.1054	-0.2655	-0.2196
5			0.0070	0.0430	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479	0.1858	-0.0550	-0.2341
6			0.0012	0.0114	0.0490	0.1310	0.2458	0.3392	0.3376	0.2043	-0.0145
7				0.0025	0.0152	0.0534	0.1296	0.2336	0.3206	0.3275	0.2167
8					0.0040	0.0184	0.0565	0.1280	0.2235	0.3051	0.3179
9						0.0055	0.0212	0.0589	0.1263	0.2149	0.2919
10						0.0015	0.0069	0.0235	0.0608	0.1247	0.2075
11							0.0020	0.0083	0.0256	0.0622	0.1231
12								0.0027	0.0096	0.0274	0.0634
13									0.0033	0.0108	0.0290
14									0.0010	0.0039	0.0120
15										0.0013	0.0045
16											0.0016

Tableau de la fonction $Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty e^{-\lambda^2/2} d\lambda$

z	$Q(z)$	z	$Q(z)$	z	$Q(z)$
0.0	5.0000×10^{-1}	2.0	2.2750×10^{-2}	4.0	3.1671×10^{-5}
0.1	4.6017×10^{-1}	2.1	1.7864×10^{-2}	4.1	2.0658×10^{-5}
0.2	4.2074×10^{-1}	2.2	1.3903×10^{-2}	4.2	1.3346×10^{-5}
0.3	3.8209×10^{-1}	2.3	1.0724×10^{-2}	4.3	8.5399×10^{-6}
0.4	3.4458×10^{-1}	2.4	8.1975×10^{-3}	4.4	5.4125×10^{-6}
0.5	3.0854×10^{-1}	2.5	6.2097×10^{-3}	4.5	3.3977×10^{-6}
0.6	2.7425×10^{-1}	2.6	4.6612×10^{-3}	4.6	2.1125×10^{-6}
0.7	2.4196×10^{-1}	2.7	3.4670×10^{-3}	4.7	1.3008×10^{-6}
0.8	2.1186×10^{-1}	2.8	2.5551×10^{-3}	4.8	7.9333×10^{-7}
0.9	1.8406×10^{-1}	2.9	1.8658×10^{-3}	4.9	4.7918×10^{-7}
1.0	1.5866×10^{-1}	3.0	1.3499×10^{-3}	5.0	2.8665×10^{-7}
1.1	1.3567×10^{-1}	3.1	9.6760×10^{-4}	5.1	1.6983×10^{-7}
1.2	1.1507×10^{-1}	3.2	6.8714×10^{-4}	5.2	9.9644×10^{-8}
1.3	9.6800×10^{-2}	3.3	4.8342×10^{-4}	5.3	5.7901×10^{-8}
1.4	8.0757×10^{-2}	3.4	3.3693×10^{-4}	5.4	3.3320×10^{-8}
1.5	6.6807×10^{-2}	3.5	2.3263×10^{-4}	5.5	1.8990×10^{-8}
1.6	5.4799×10^{-2}	3.6	1.5911×10^{-4}	5.6	1.0718×10^{-8}
1.7	4.4565×10^{-2}	3.7	1.0780×10^{-4}	5.7	5.9904×10^{-9}
1.8	3.5930×10^{-2}	3.8	7.2348×10^{-5}	5.8	3.3157×10^{-9}
1.9	2.8717×10^{-2}	3.9	4.8096×10^{-5}	5.9	1.8175×10^{-9}

Remarque : la fonction $Q(z)$ peut être approximée par :

$$Q(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} z} \exp\left(-z^2/2\right)$$