

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2021

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE

Question 1 (12% + 6% + 6% + 6% = 30%)

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{20}{(10s+1)^2 (s+1)}$$

dont le diagramme de Black-nichols est montré en Figure 1.

- a) Calculer le module (amplitude) et l'argument (phase) de la fonction $G(j\omega)$.
- b) A partir du diagramme de Black-Nichols de $G(s)$, montré en page suivante, conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.
- c) Quelle est la marge de gain de ce système ?
- d) Quelle est la marge de phase de ce système ?

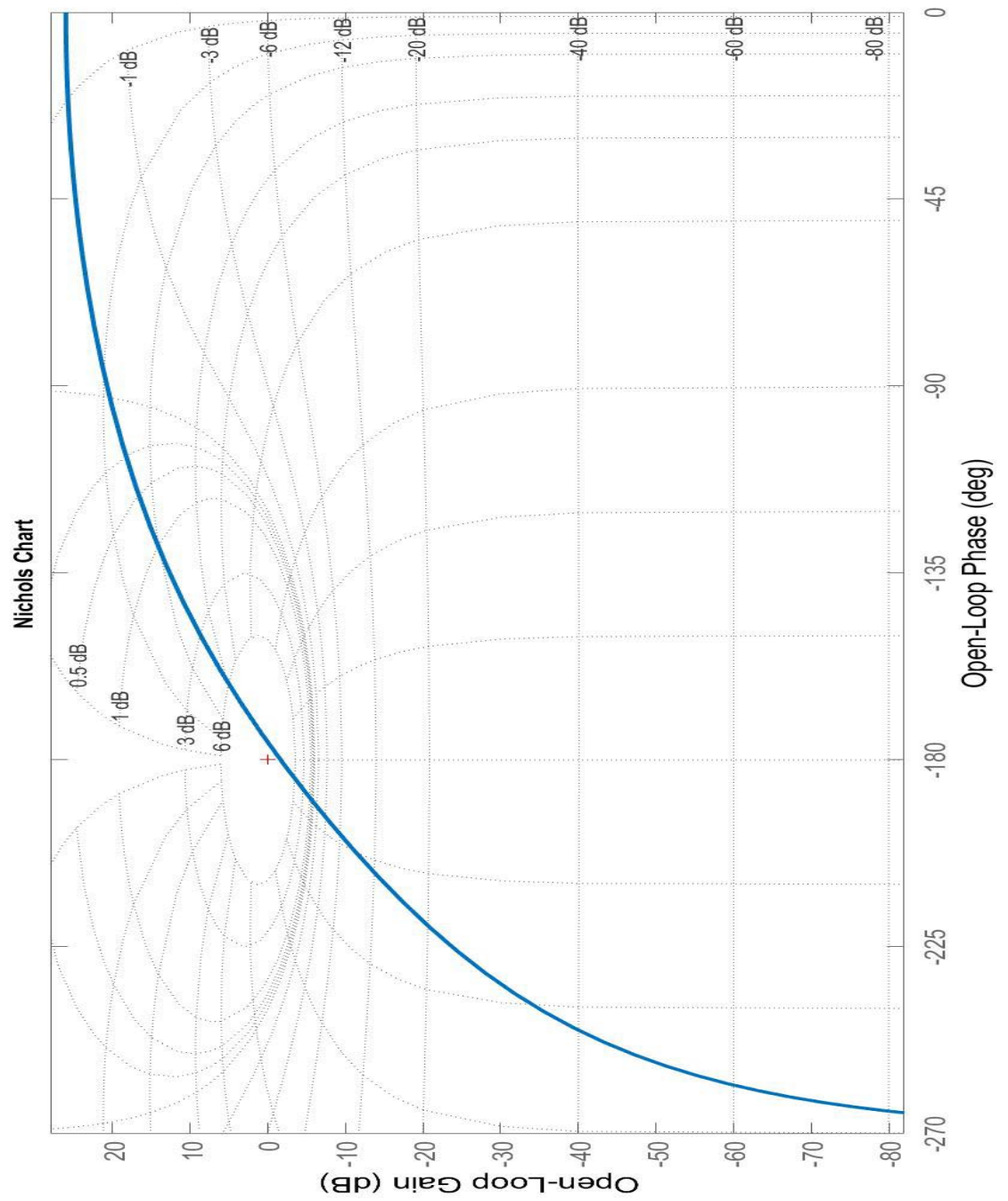


Figure 1: Abaque de Black-Nichols (question #1)

Question 2 (5% + 8% + 3% + 4% + lieu des racines : 10% = 30%)

Soit un système dynamique ayant la fonction de transfert de la forme suivante en boucle ouverte :

$$KG(s) = \frac{K(s^2 + 0.2)}{(s + 0.1)^2(s + 1)} \quad (1)$$

Tracez sur une pleine page le lieu des racines de la fonction de transfert en boucle ouverte. Pour l'obtenir, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

- a) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
- b) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
- c) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
- d) Pour quelle plage de gain K le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?
- e) **Faire le tracé du lieu des racines.**

Question 3 (6% + 7% + 7% = 20%)

Considérons un système asservi (Figure 2) comportant deux sous-systèmes, S_1 dans la chaîne directe et S_2 dans la chaîne de retour.

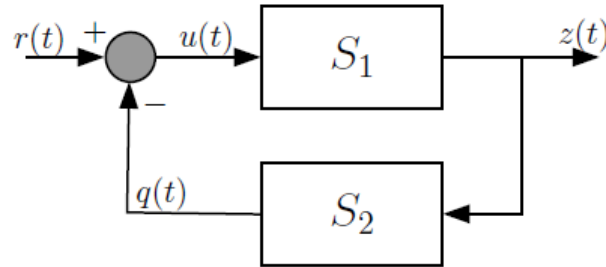


Figure 2: Schéma bloc pour la question #3

Ces deux sous-systèmes sont modélisés par les équations d'état (et de sorties) suivantes :

$$\begin{aligned} S_1 : \quad \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & -2.25 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ z(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1.25 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

et :

$$\begin{aligned} S_2 : \quad \dot{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} z(t) \\ q(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

- Donner la fonction de transfert $G_1(s) = Z(s)/U(s)$ du sous-système S_1 , considérant que $Z(s)$ et $U(s)$ représentent respectivement les transformées de Laplace de $z(t)$ et $u(t)$;
- Donner la fonction de transfert $G_2(s) = Q(s)/Z(s)$ du sous-système S_2 , considérant que $Q(s)$ et $Z(s)$ représentent respectivement les transformées de Laplace de $q(t)$ et $z(t)$;
- Donner la fonction de transfert du système complet : $G(s) = Z(s)/R(s)$, considérant que $Z(s)$ et $R(s)$ représentent respectivement les transformées de Laplace de $z(t)$ et $r(t)$.

Question 4 (5% + 2.5% + 12.5% = 20%)

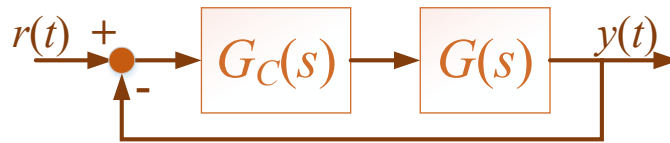


Figure 3: Schéma bloc du système de la question #4

Soit le système de commande montré en figure 3 et ayant la fonction de transfert $G(s)$ suivante:

$$G(s) = \frac{30}{s(s^2 + 3s + 9)} \quad (4)$$

- En considérant un compensateur proportionnel défini par $G_C(s) = K_C$, calculer le gain K_C qui assure d'avoir un dépassement de 2.5% de la réponse transitoire. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(s)$ est montré en Figure 4 (à la page suivante) pour vous aider dans la conception. Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.
- Quelle est la constante d'erreur de vitesse correspondante au compensateur conçu en a) ?
- En considérant maintenant que l'on ajoute en série avec $G_C(s)$ un compensateur par retard de phase (lag compensation) concevoir ce compensateur pour assurer un dépassement de 2.5% et une constante d'erreur de vitesse 15 fois plus élevée que celle obtenue en b) ? Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.

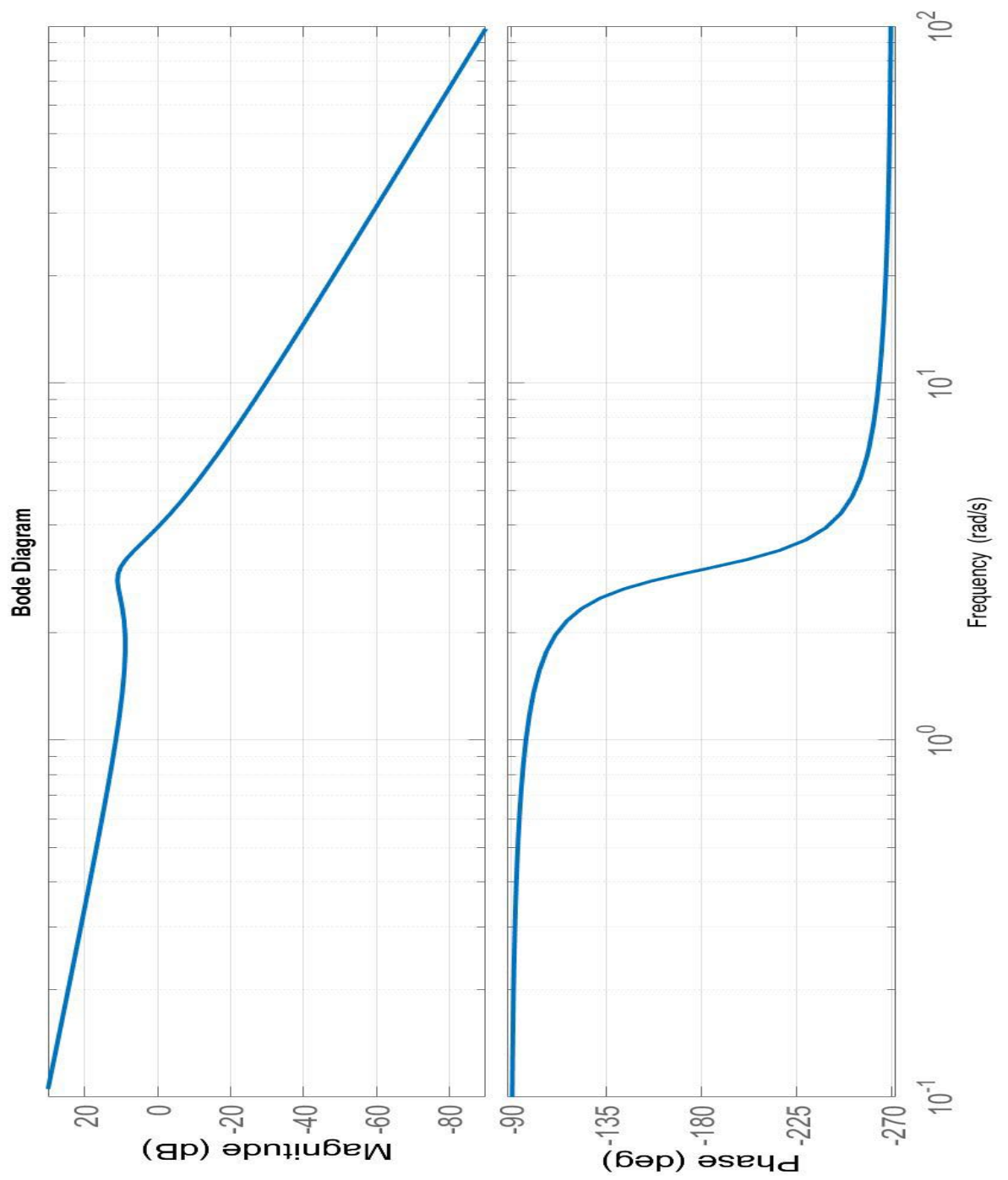


Figure 4: Diagramme de Bode de $G(s)$ (question #4)