ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2020

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE

Question 1 (10% + 5% + 5% + 5% = 25%)

Soit un système dynamique ayant un pôle et un zéro représenté par la fonction de transfert de la forme suivante :

$$G(s) = K\frac{(s+a)}{(s+b)}$$

et dont le diagramme de Nyquist apparait en Figure 1.

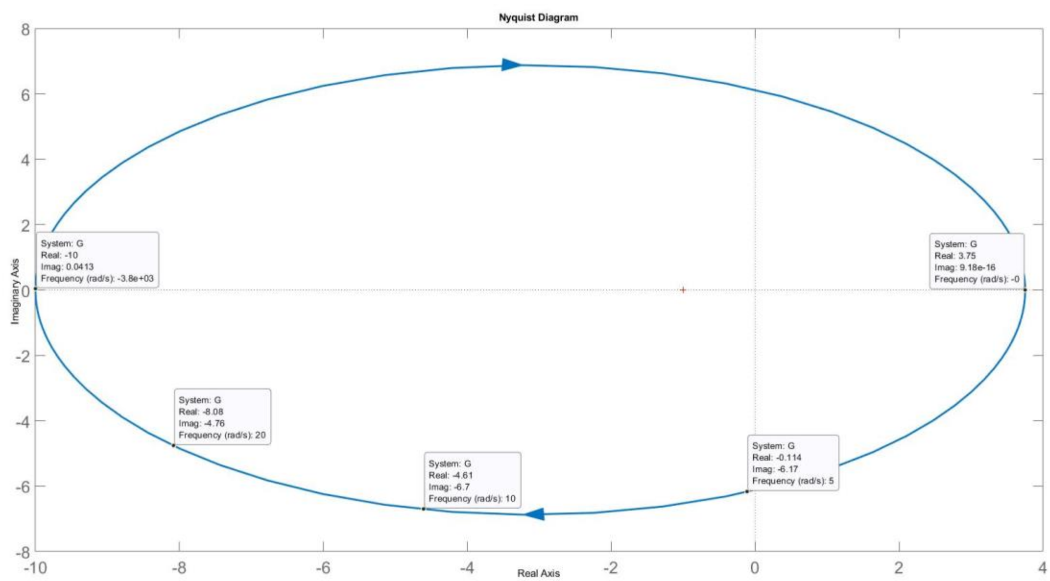

Figure 1: Diagramme de Nyquist du système de la question #1

Pour vous aider, les 5 valeurs obtenues de ce diagramme sont répertoriées dans le tableau suivant :

Fréquence angulaire rad/s	Partie réelle de G(jω)	Partie imaginaire de G(jω)
0 rad/s	3.750	0.000
∞ rad/s	-10.000	0.000
5 rad/s	-0.114	-6.170
10 rad/s	-4.610	-6.700
20 rad/s	-8.080	-4.760

a) Obtenir la fonction de transfert de ce système dynamique (i.e., calculer les valeurs de K, a et b). Expliquez la méthode suivie pour obtenir cette fonction.

b) Calculer la sortie dans le domaine temporel y(t) de ce système lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude 10. Expliquez la méthode suivie pour obtenir l'équation de sortie.

Ajoutons une commande proportionnelle de gain K_P au système décrit précédemment (Figure 2).

c) Obtenir la fonction de transfert de système en boucle fermée.
d) Pour quelles valeurs de gain K_P le système en boucle fermée est stable.

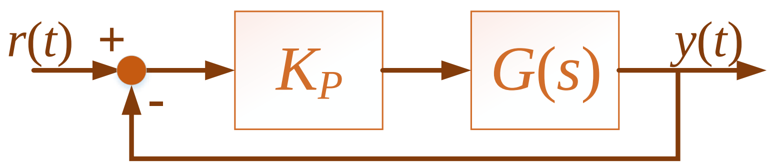

Figure 2: Système en boucle fermée avec commande proportionnelle (Question #1)

Question 2 (7 % + 2.5% + 3 % + 2.5 % + 5% + 5% + lieu des racines : 10% = 35%)

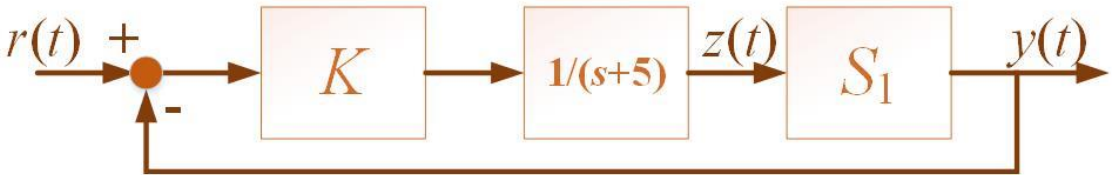

Figure 3: Schéma bloc pour la question 2

Il faut tracer, sur une pleine page, le lieu des racines d'un asservissement (montré en Figure 3), mais au préalable il faut obtenir la **fonction de transfert en boucle ouverte**.

a) Le sous système S_1 est représenté par l'équation d'état suivante :

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} z(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t)$$

Obtenir la fonction de transfert $G_1(s) = Y(s)/Z(s)$ du sous-système S_1, considérant que Z(s) et Y(s) représentent respectivement les transformée de Laplace de z(t) et y(t).

b) Obtenir la fonction de transfert en boucle ouverte du système montré en Figure 3. Cette fonction de transfert sera utilisée pour la suite.

Tracez le lieu des racines de la fonction de transfert en boucle ouverte obtenue en b). Pour l'obtenir, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

c) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
d) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
e) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
f) Pour quelle plage de gain K le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?
g) **Faire le tracé du lieu des racines**.

Question 3 (8% + 7% + 3% + 2% = 20%)

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{10(-s+1)}{(s+2)(s+5)}$$

a) Calculer le module (amplitude) et l'argument (phase) de la fonction G(jω).
b) Tracez le diagramme de Black sur l'abaque de Black-Nichols fourni en page suivante (annexez cette page à votre cahier d'examen).
c) À partir de ce diagramme, conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.
d) Quelle est la marge de gain de ce système ?

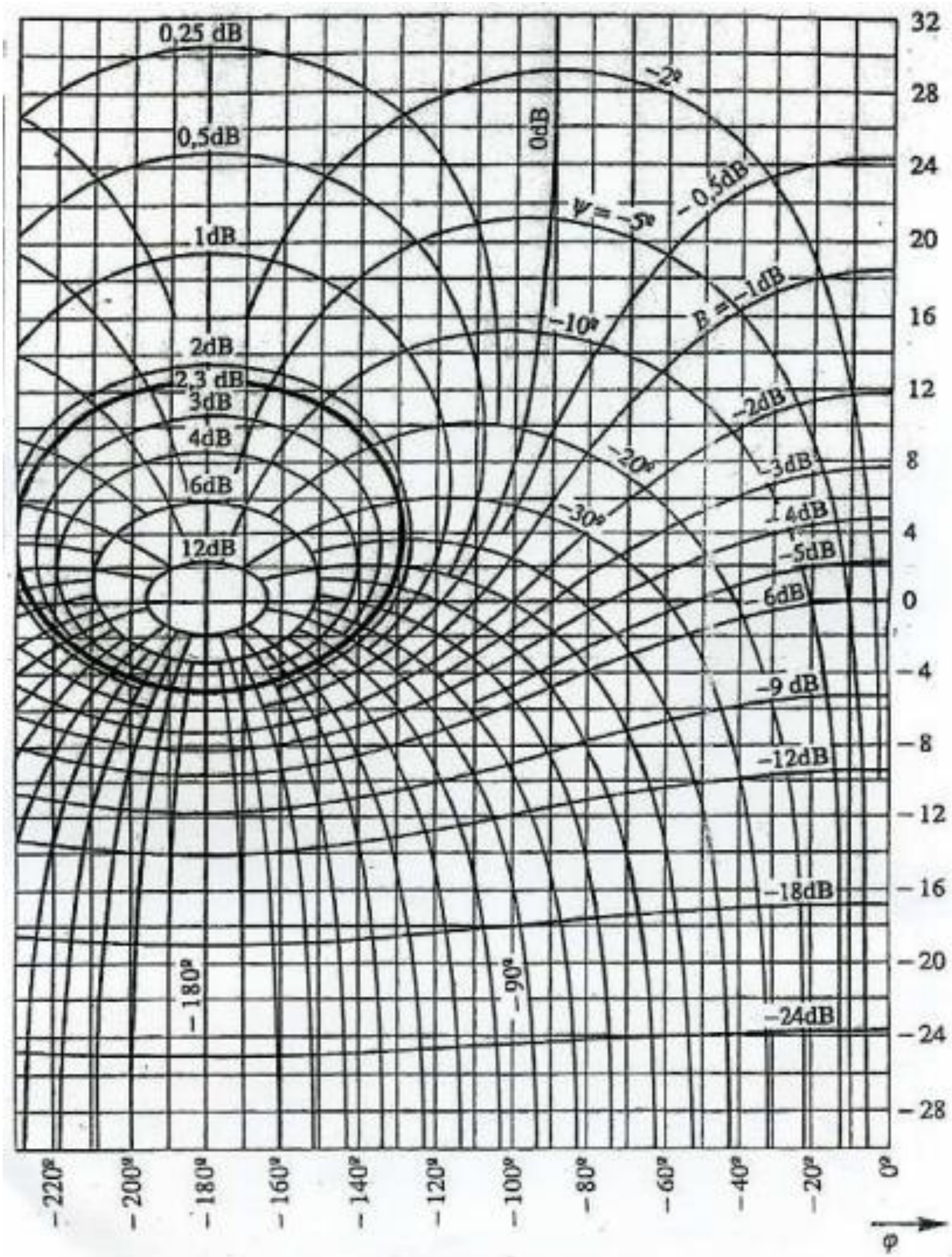

Figure 4: Abaque de Black-Nichols

Question 4 (5% + 2.5% + 12.5% = 20%)

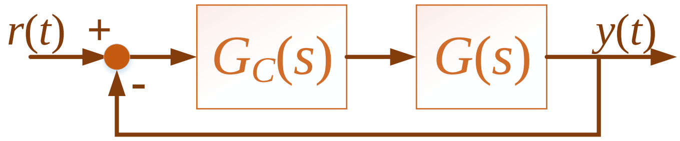

Figure 5: Schéma bloc du système de la question #5

Soit le système de commande montré en figure 5 et ayant la fonction de transfert G(s) suivante:

$$G(s) = \frac{50}{(s+50)(s+1)} \tag{1}$$

a) En considérant un compensateur proportionnel intégral définit par $G_C(s) = K_C(1 + 10/s)$, calculer le gain K_C qui assure d'avoir un dépassement de 10% de la réponse transitoire. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $\frac{50(1+10/s)}{(s+50)(s+1)}$ est montré en Figure 6 pour vous aider dans la conception. Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.

b) Quelle est la constante d'erreur de vitesse correspondante au compensateur conçu en a) ?

c) En considérant maintenant que l'on ajoute en série avec $G_C(s)$ un compensateur par retard de phase (lag compensation), concevoir ce compensateur pour assurer un dépassement de 10% et une constante d'erreur de vitesse 10 fois plus élevée que celle obtenue en b) ? Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.

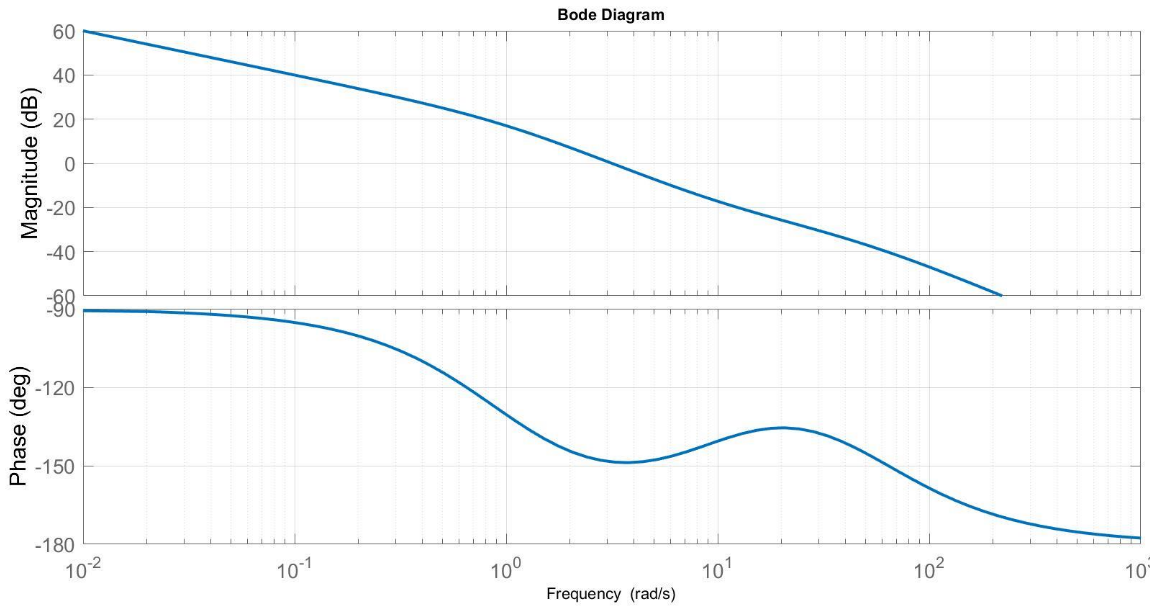

Figure 6: Diagramme de Bode de $\frac{50(1+10/s)}{(s+50)(s+1)}$ (question #4)