

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2019

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

**16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE**

### Question 1 (5% + 5% + 5% + 5% = 20%)

Soit le schéma bloc suivant qui comporte deux fonctions de transfert  $G_1(s)$  et  $G_2(s)$  placées en cascade (en série) et un retour unitaire.

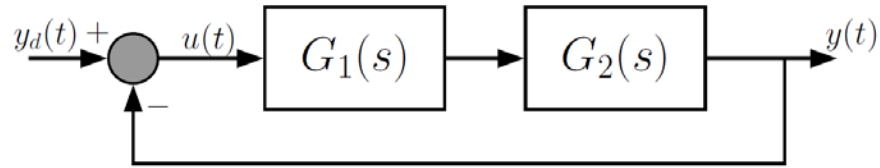


Figure 1: Schéma bloc pour la question 1

Les caractéristiques de ces deux fonctions de transfert sont montrées en figures 2 et 3:

- 1)  $G_1(s)$  : Voir le diagramme de Bode montré en figure 2.
- 2)  $G_2(s)$  : Voir le diagramme de Bode montré en figure 3. Le plateau est environ -26.0 dB.

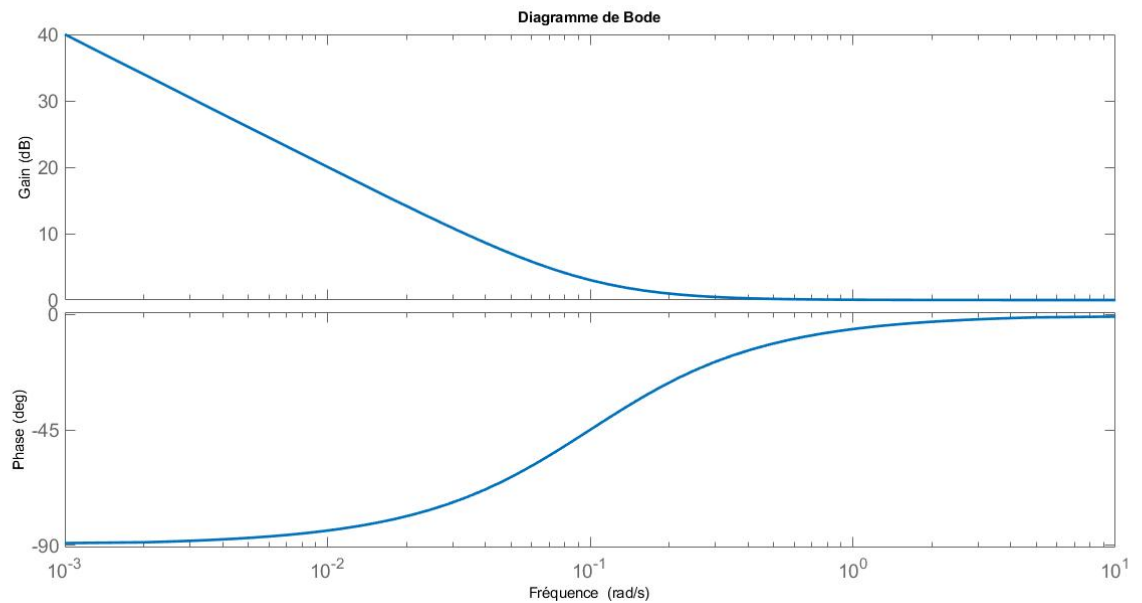


Figure 2: Diagramme de Bode de  $G_1(s)$

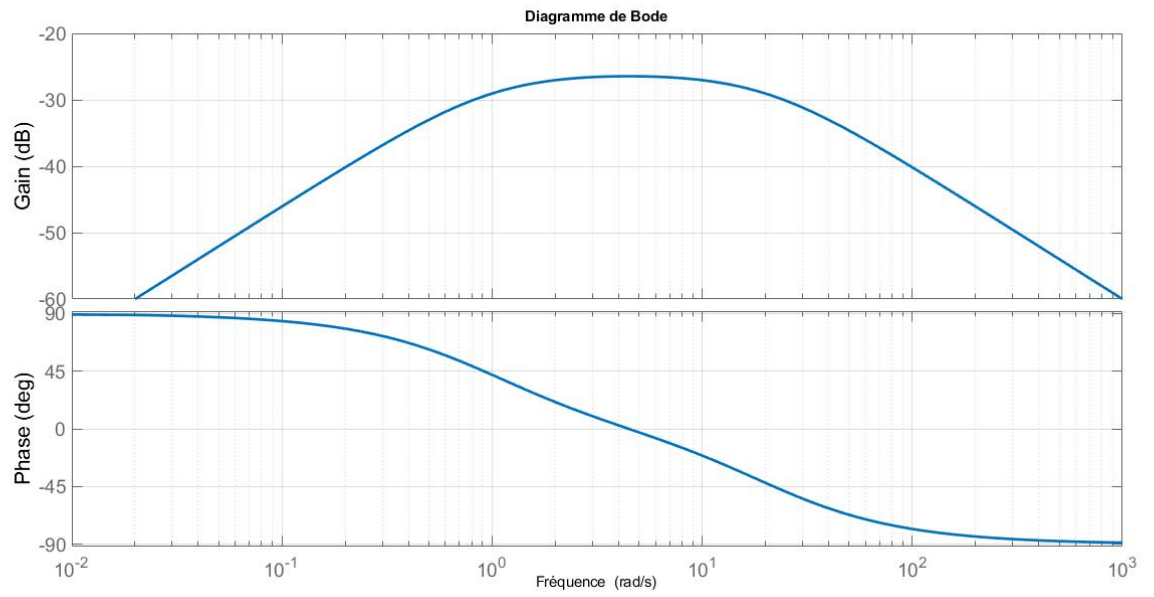


Figure 3: Diagramme de Bode de  $G_2(s)$

Il faut répondre aux questions suivantes :

- Trouver la fonction de transfert  $G_1(s)$ . Expliquer comment vous l'avez obtenue.
- Trouver la fonction de transfert  $G_2(s)$ . Expliquer comment vous l'avez obtenue.
- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée;
- Selon le critère de Routh (fournir le tableau), est-ce que ce système est stable ?

**Question 2** (5% + 5% + 5% + 5% = 20%)

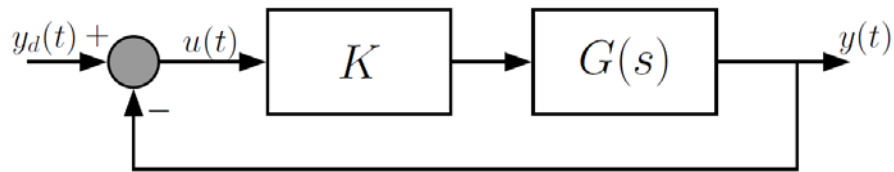


Figure 4: Schéma bloc pour la question 2

Tracer, sur une pleine page, le lieu des racines d'un asservissement (montré en Figure 4) dont la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$KG(s) = \frac{K(s+1)}{(s^2 + 2s + 2)(s+5)} \quad (1)$$

Pour pouvoir faire ce lieu des racines, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

- a) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
- b) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
- c) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
- d) Pour quelle plage de gain  $K (\geq 0)$  le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?

### Question 3 (5% + 5% + 5% + 8% + 2% = 25%)

Considérons un système asservi (Figure 5) comportant deux sous-systèmes,  $S_1$  dans la chaîne directe et  $S_2$  dans la chaîne de retour.

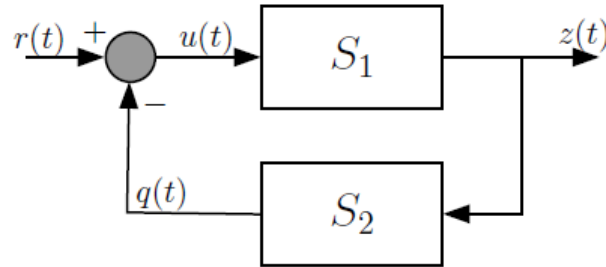


Figure 5: Schéma bloc pour la question 3

Ces deux sous-systèmes sont modélisés par les équations différentielles suivantes :

$$S_1 : 5 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + 1 \frac{dz(t)}{dt} + 5z(t) = u(t) \quad (2)$$

et :

$$S_2 : \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + 2 \frac{dq(t)}{dt} + q(t) = 2z(t) . \quad (3)$$

- Donner une représentation du sous-système  $S_1$  dans l'espace d'état;
- Donner une représentation du sous-système  $S_2$  dans l'espace d'état;
- Donner la fonction de transfert du système complet :  $G(s) = Z(s)/R(s)$ , considérant que  $Z(s)$  et  $R(s)$  représentent respectivement les transformées de Laplace de  $r(t)$  et  $z(t)$ ;
- Donner la représentation d'état sous la forme canonique commandable de  $G(s)$ ;
- Donner la valeur finale de la sortie  $z(t)$  en régime permanent en réponse à un échelon unitaire appliqué à l'entrée  $r(t)$ .

#### Question 4 (3.5% + 3.5% + 3% = 10%)

Considérons le diagramme de Nyquist montré en figure 6 (Un gros plan de ce diagramme pour la zone près de  $(-1,0)$  est montré en figure 7) :

- Déterminer sur ce diagramme la marge de gain (esquissez cette figure sur une page de votre cahier et montrer comment est obtenue cette valeur).
- Déterminer sur ce diagramme la marge de phase (esquissez cette figure sur une page de votre cahier et montrer comment est obtenue cette valeur).
- Discuter de la stabilité de ce système en boucle fermée.

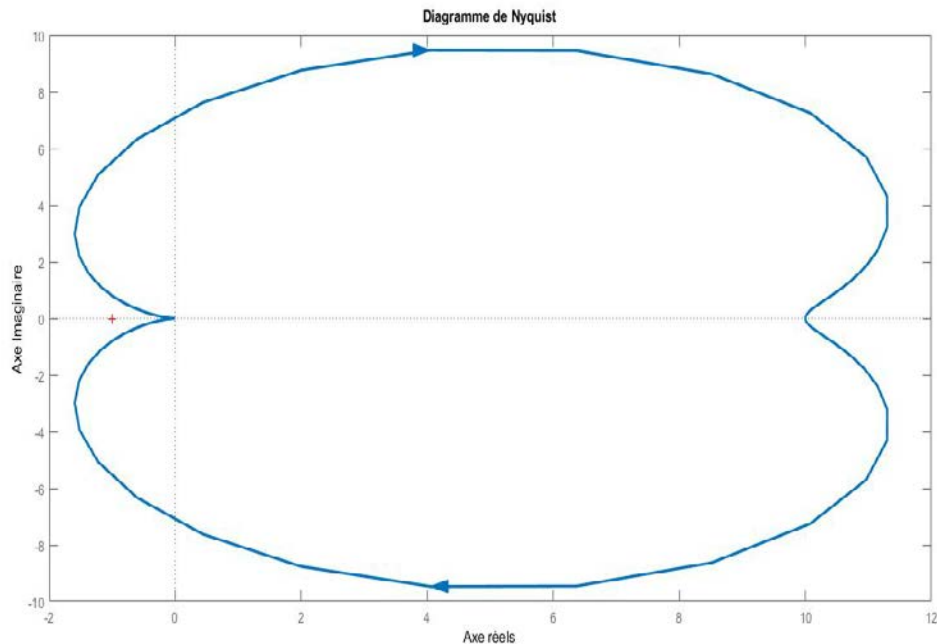


Figure 6: Diagramme de Nyquist pour la question 4

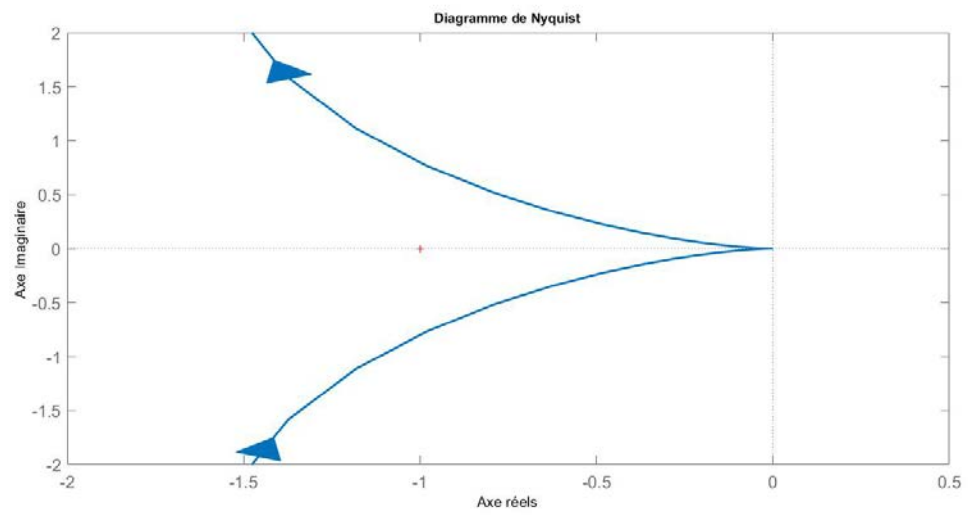


Figure 7: Gros plan de la figure 6 dans la région autour de  $(-1,0)$

**Question 5** (5% + 2% + 4% + 14% = 25%)

Soit le système de commande montré en figure 8 et ayant la fonction de transfert  $G(s)$  suivante :

$$G(s) = \frac{10}{s(s+15)} \quad (4)$$

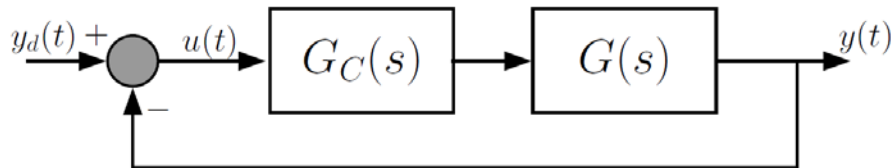


Figure 8: Schéma bloc pour la question 5

- En considérant que  $G_C(s) = 1$ , quelle est la constante d'erreur de vitesse et l'erreur de vitesse de ce système (pour une rampe d'amplitude 1).
- Si on désire réduire l'erreur de vitesse d'un facteur 100, et que  $G_C(s)$  est un gain pur, déterminer la valeur de ce gain.
- On désire réduire l'erreur de vitesse d'un facteur 100 et en plus maintenir une marge de phase de  $45^\circ$ . Quel sera le type de compensateur  $G_C(s)$  à utiliser pour obtenir ces performances ?
- Calculer les paramètres du compensateur  $G_C(s)$  qui permettra d'obtenir les performances formulées en c). Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.