

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2023

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

**16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE**

### Question 1 (7% + 6% + 4% + 8% = 25%)

Soit un système dynamique ayant la fonction de transfert de la forme suivante :

$$G(s) = \frac{(-s + 10)}{(s + 100)(s^2 + s + 1)} \quad (1)$$

- a) Tracez le diagramme de Bode montrant les amplitudes (en décibels – dB) en fonction de la fréquence (dessinez les asymptotes).
- b) Tracez le diagramme de Bode montrant la phase (en degrés) en fonction de la fréquence (dessinez les asymptotes).

Ajoutons une commande proportionnelle de gain  $K_P$  au système décrit précédemment (Figure 1 – ci-dessous).

- c) Obtenir la fonction de transfert de système en boucle fermée.
- d) Pour quelles valeurs de gain  $K_P$  le système en boucle fermée est-il stable?

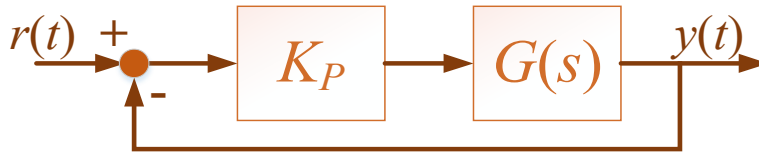


Figure 1: Système en boucle fermée avec commande proportionnelle (Question #1)

## Question 2 (5% + 8% + 3% + 4% + lieu des racines : 10% = 30%)

Soit un système dynamique ayant la fonction de transfert de la forme suivante en boucle ouverte :

$$KG(s) = \frac{K(s^2 + 0.2)}{(s + 0.1)^2(s + 1)} \quad (2)$$

Tracez sur une pleine page le lieu des racines de la fonction de transfert en boucle ouverte. Pour l'obtenir, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

- a) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
- b) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
- c) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
- d) Pour quelle plage de gain  $K$  le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?
- e) **Faire le tracé du lieu des racines.**

### Question 3 (6% + 7% + 7% = 20%)

Considérons un système asservi (Figure 2) comportant deux sous-systèmes,  $S_1$  dans la chaîne directe et  $S_2$  dans la chaîne de retour.

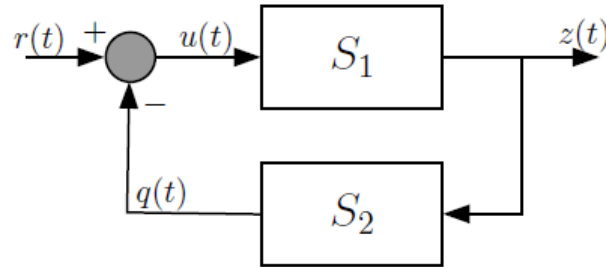


Figure 2: Schéma bloc pour la question #3

Ces deux sous-systèmes sont modélisés par les équations d'état (et de sorties) suivantes :

$$S_1 : \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -4.3333 & -1.3333 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ z(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0.6667 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

et :

$$S_2 : \begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} -3.5 & -1.25 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} z(t) \\ q(t) &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

- Donner la fonction de transfert  $G_1(s) = Z(s)/U(s)$  du sous-système  $S_1$ , considérant que  $Z(s)$  et  $U(s)$  représentent respectivement les transformées de Laplace de  $z(t)$  et  $u(t)$ ;
- Donner la fonction de transfert  $G_2(s) = Q(s)/Z(s)$  du sous-système  $S_2$ , considérant que  $Q(s)$  et  $Z(s)$  représentent respectivement les transformées de Laplace de  $q(t)$  et  $z(t)$ ;
- Donner la fonction de transfert du système complet :  $G(s) = Z(s)/R(s)$ , considérant que  $Z(s)$  et  $R(s)$  représentent respectivement les transformées de Laplace de  $z(t)$  et  $r(t)$ .

**Question 4** (6% + 6% + 13% = 25%)

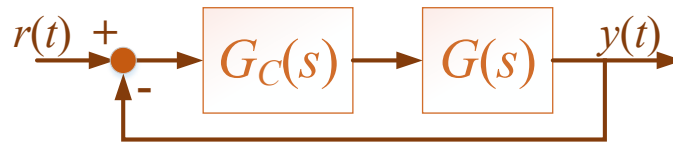


Figure 3: Schéma bloc du système de la question #4

Soit le système de commande montré en figure 3 et ayant la fonction de transfert  $G(s)$  suivante:

$$G(s) = \frac{5}{s(s+5)(s+25)} \quad (3)$$

- En considérant un compensateur proportionnel défini par  $G_C(s) = K_C$ , calculer le gain  $K_C$  qui assure d'avoir un dépassement de 5% de la réponse transitoire. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $G(s)$  est montré en Figure 4 (à la page suivante) pour vous aider dans la conception. Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.
- Quelle est la constante d'erreur de vitesse correspondante au compensateur conçu en a) ?
- En considérant maintenant que l'on ajoute en série avec  $G_C(s)$  un compensateur par retard de phase (lag compensation) concevoir ce compensateur pour assurer un dépassement de 5% et une constante d'erreur de vitesse 10 fois plus élevée que celle obtenue en b) ? Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.

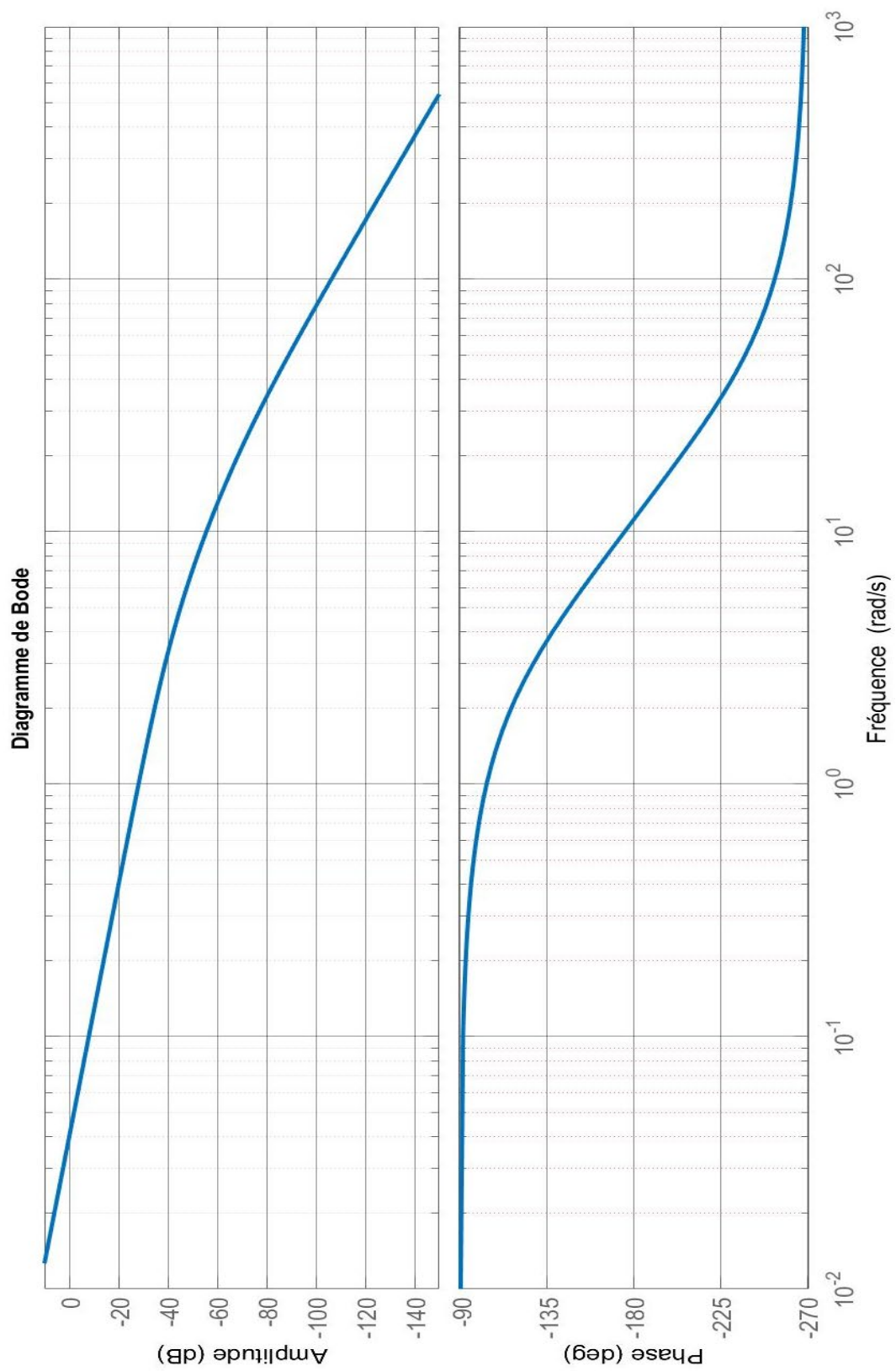


Figure 4: Diagramme de Bode de  $G(s)$  (question #4)