

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2020

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE

Question 1 (7% + 6% + 4% + 8% = 25%)

Soit un système dynamique ayant la fonction de transfert de la forme suivante :

$$G(s) = \frac{(-s + 10)}{(s + 100)(s^2 + s + 1)} \quad (1)$$

- Tracez le diagramme de Bode montrant les amplitudes (en décibels – dB) en fonction de la fréquence (dessinez les asymptotes).
- Tracez le diagramme de Bode montrant la phase (en degrés) en fonction de la fréquence (dessinez les asymptotes).

Ajoutons une commande proportionnelle de gain K_P au système décrit précédemment (Figure 1 – ci-dessous).

- Obtenir la fonction de transfert de système en boucle fermée.
- Pour quelles valeurs de gain K_P le système en boucle fermée est stable.

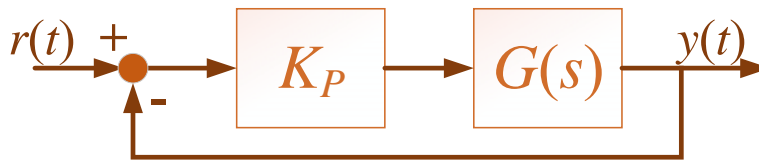


Figure 1: Système en boucle fermée avec commande proportionnelle (Question #1)

Question 2 (5% + 8% + 7% + 5% + lieu des racines : 10% = 35%)

Soit un système dynamique ayant la fonction de transfert de la forme suivante en boucle ouverte :

$$KG(s) = \frac{K(-s+10)}{(s+100)(s^2+s+1)} \quad (2)$$

Tracez sur une pleine page le lieu des racines de la fonction de transfert en boucle ouverte. Pour l'obtenir, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

- a) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
- b) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
- c) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
- d) Pour quelle plage de gain K le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?
- e) **Faire le tracé du lieu des racines.**

Question 3 (6% + 7% + 7% = 20%)

Considérons un système asservi (Figure 2) comportant deux sous-systèmes, S_1 dans la chaîne directe et S_2 dans la chaîne de retour.

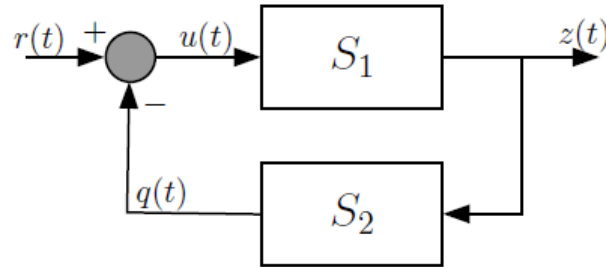


Figure 2: Schéma bloc pour la question #3

Ces deux sous-systèmes sont modélisés par les équations d'état (et de sorties) suivantes :

$$S_1 : \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -4.3333 & -1.3333 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ z(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0.6667 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

et :

$$S_2 : \begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} -3.5 & -1.25 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} z(t) \\ q(t) &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.75 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

- Donner la fonction de transfert $G_1(s) = Z(s)/U(s)$ du sous-système S_1 , considérant que $Z(s)$ et $U(s)$ représentent respectivement les transformée de Laplace de $z(t)$ et $u(t)$;
- Donner la fonction de transfert $G_2(s) = Q(s)/Z(s)$ du sous-système S_2 , considérant que $Q(s)$ et $Z(s)$ représentent respectivement les transformée de Laplace de $q(t)$ et $z(t)$;
- Donner la fonction de transfert du système complet : $G(s) = Z(s)/R(s)$, considérant que $Z(s)$ et $R(s)$ représentent respectivement les transformée de Laplace de $z(t)$ et $r(t)$.

Question 4 (5% + 2.5% + 12.5% = 20%)

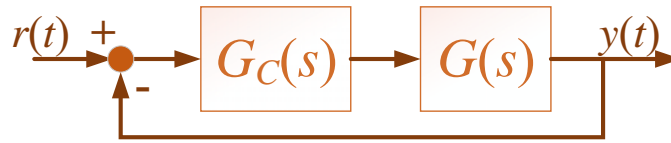


Figure 3: Schéma bloc du système de la question #4

Soit le système de commande montré en figure 3 et ayant la fonction de transfert $G(s)$ suivante:

$$G(s) = \frac{5}{s(s+5)(s+25)} \quad (5)$$

- En considérant un compensateur proportionnel défini par $G_C(s) = K_C$, calculer le gain K_C qui assure d'avoir un dépassement de 5% de la réponse transitoire. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(s)$ est montré en Figure 4 (à la page suivante) pour vous aider dans la conception. Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.
- Quelle est la constante d'erreur de vitesse correspondante au compensateur conçu en a) ?
- En considérant maintenant que l'on ajoute en série avec $G_C(s)$ un compensateur par retard de phase (lag compensation) concevoir ce compensateur pour assurer un dépassement de 5% et une constante d'erreur de vitesse 10 fois plus élevée que celle obtenue en b) ? Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.

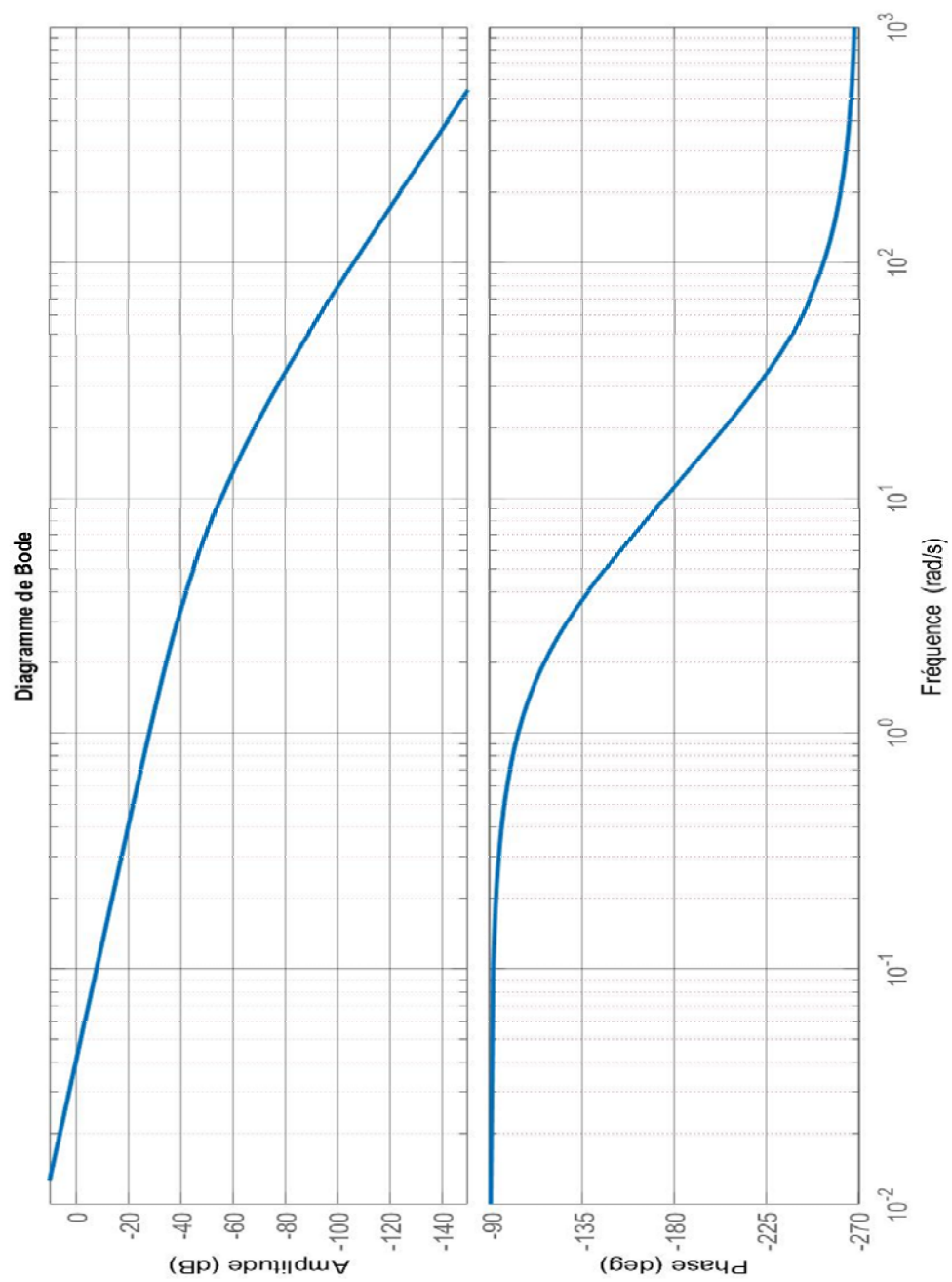


Figure 4: Diagramme de Bode de $G(s)$ (question #4)