ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2019

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

16-EL-A2 SYSTÈMES ET COMMANDE

Question 1 (20%)

Un certain procédé possède la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{s}{(s+3)(s-2)} \qquad (1)$$

et s'avère être particulièrement difficile à asservir. Une commande PID est utilisée pour commander ce système :

$$G_C(s) = K_C\left(1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right) \qquad (2)$$

avec le gain du contrôleur K_C, le temps de l'intégrale τ_I et le temps de dosage τ_D. Le retour est unitaire. Notez que les temps τ_I et τ_D ont des valeurs supérieures ou égales à 0.

Les hypothèses suivantes furent faites sur ce procédé.

1. Si un contrôle P ou PD est utilisé sur ce procédé, il n'existe pas de valeurs de K_C et τ_D qui fasse que le système soit stabilisé.
2. Le procédé ne peut être stabilisé que si des contrôleurs PI ou PID sont utilisés.

Confirmer ou réfuter ces hypothèses. Donner le détail de la méthode suivie et des calculs.

Question 2 (4% + 4% + 4% + 4% + 4% pour le tracé= 20%)

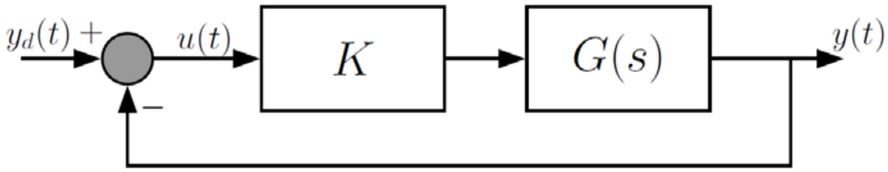

Figure 1: Schéma bloc pour les questions 2 et 4

Tracer, sur une pleine page, le lieu des racines d'un asservissement (montré en Figure 1) dont la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$KG(s) = \frac{Ks}{(s-2)(s^2+s+4)} \tag{3}$$

Pour pouvoir faire ce lieu des racines, vous aurez **probablement** besoin de calculer :

a) La coordonnée du point d'intersection des asymptotes, ainsi que l'angle de ces asymptotes par rapport à l'axe réel;
b) L'angle de départ et d'arrivée des pôles et zéros complexes;
c) Les coordonnées des points de débranchement/raccordement des branches avec l'axe des réels;
d) Pour quelle plage de gain K le système sera-t-il stable en boucle fermée, avec une rétroaction unitaire? Pour la valeur de gain critique, quelle sera la position des pôles du système en boucle fermée, toujours avec un retour unitaire ?

Question 3 (6% + 7% + 7% + 5%= 25%)

Considérons un système asservis (Figure 2) comportant deux sous-systèmes, S_1 dans la chaîne directe et S_2 dans la chaîne de retour.

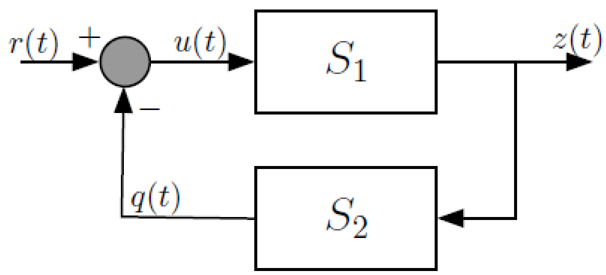

Figure 2: Schéma bloc pour la question 3

Ces deux sous-systèmes sont modélisés par les équations d'état (et de sorties) suivantes :

$$S_1: \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} u(t) \qquad (4)$$
$$z(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

et :

$$S_2: \quad \dot{\mathbf{v}}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t) + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} z(t) \;. \qquad (5)$$
$$q(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}(t)$$

a) Donner la fonction de transfert G1(s) = Z(s)/U(s) du sous-système S_1, considérant que Z(s) et U(s) représentent respectivement les transformée de Laplace de z(t) et u(t);
b) Donner la fonction de transfert G2(s) = Q(s)/Z(s) du sous-système S_2, considérant que Q(s) et Z(s) représentent respectivement les transformée de Laplace de q(t) et z(t);
c) Donner la fonction de transfert du système complet : G(s) = Z(s)/R(s), considérant que Z(s) et R(s) représentent respectivement les transformée de Laplace de z(t) et r(t).
d) Quelle est la localisation des pôles et des zéros du système complet G(s)

Question 4 (3% + 7% + 3% + 3% + 4% = 20%)

Considérons le diagramme de Nyquist apparaissant en figure 3:

a) A partir de ce diagramme, sachant que le numérateur de la fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{K_G}{\prod_{k=1}^{n}(s-p_k)} = \frac{K_G}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

est un gain pur égal $K_G = 20$, obtenir l'ordre du dénominateur (valeur de n) ?

b) A partir de ce diagramme, obtenir la fonction de transfert du système G(s).

c) Cette fonction de transfert G(s) est-elle stable ?

d) Si ce système est connecté à un retour unitaire et à un gain K (voir figure 1), obtenir la plage de gain K qui assure la stabilité du système en boucle fermée.

e) Pour quel gain K obtient-on une marge de phase de 45° ?

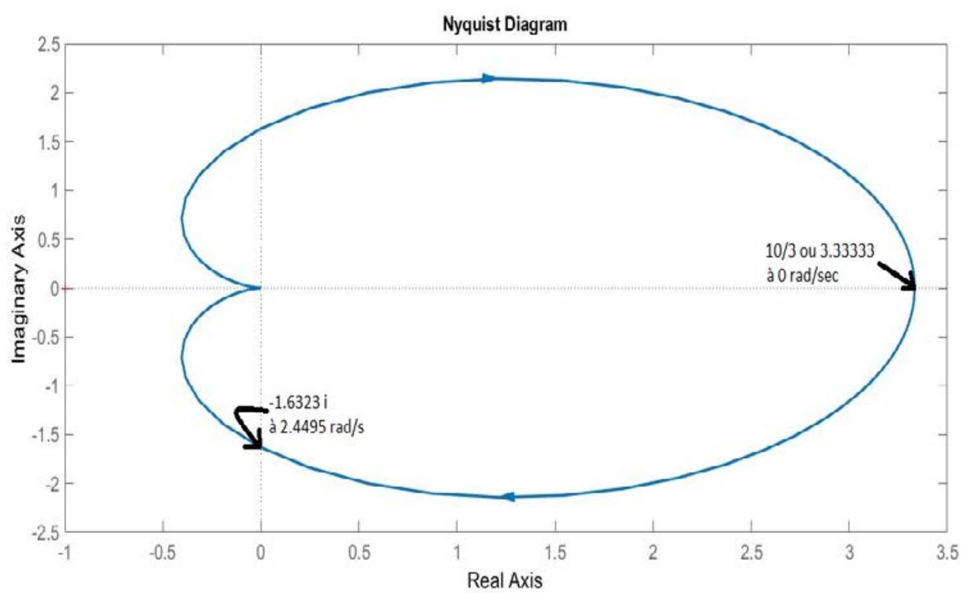

Figure 3: Diagramme de Nyquist pour la question 4

Question 5 (5% + 10% = 15%)

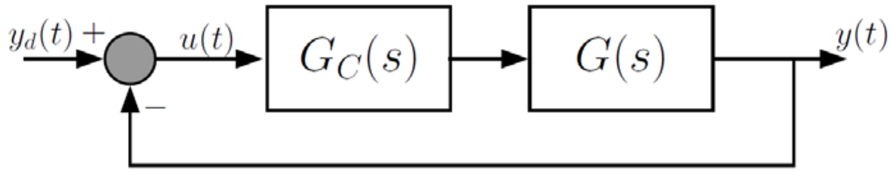

Figure 4: Schéma bloc du système de la question #5

Soit le système de commande montré en figure 4 et ayant la fonction de transfert G(s) suivante :

$$G(s) = \frac{6}{(s+5)} \tag{6}$$

a) En considérant le compensateur PI définit par $G_C(s) = K_p + K_i/s$, quelle est la constante d'erreur de vitesse et l'erreur de vitesse de ce système ?

b) Calculer les gains proportionnel et dérivée (respectivement K_p et K_i) du compensateur PD présenté en a) qui permettra d'obtenir une réponse à un échelon ayant un dépassement maximal de 7.5% et un temps de réponse à 2% de 0.75 seconde. Détailler clairement chaque étape de la démarche de la conception.