

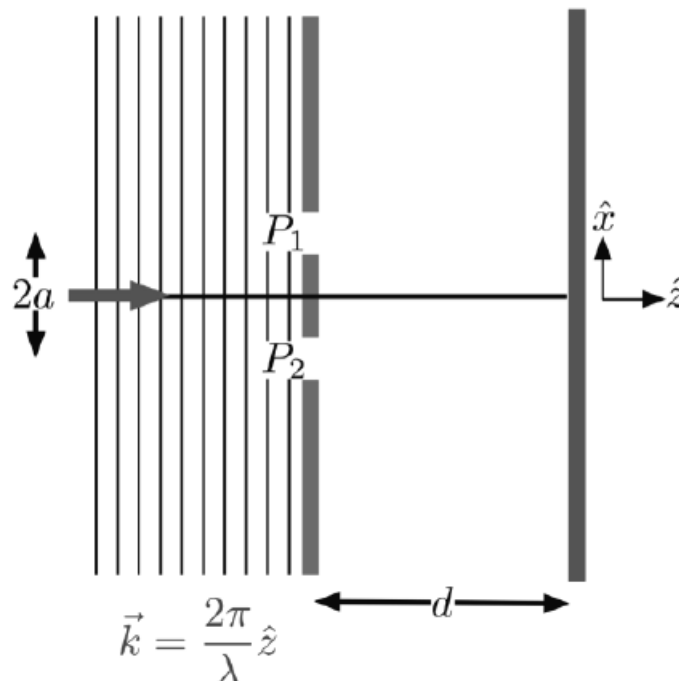
Toute documentation permise

Les calculatrices programmables et les ordinateurs sont interdits

Durée de l'examen : 3 heures

**14-PH-A7 Optique****1. (25 Points) Interférence de la lumière et fentes de Young.**

Réalisée par Thomas Young, l'expérience illustrée à la figure ci-dessous permet de visualiser la nature ondulatoire de la lumière. L'expérience des fentes de Young est réalisée en plaçant un écran percé de deux trous infiniment petits,  $P_1$  et  $P_2$ , devant un front d'onde plan monochromatique décrit par le champ électrique  $E(z, \omega) = E_0 \cdot \exp(ikz - i\omega t)$ , où  $E_0$  est l'amplitude complexe de l'onde,  $k$  est le nombre d'onde,  $z$  est la direction de propagation et  $\omega$  est la fréquence angulaire de l'onde plane. Les trous  $P_1$  et  $P_2$  sont infiniment petits et séparés par une distance  $2a$ .



a) (10 Points) Obtenez l'expression décrivant le patron d'intensité de la lumière observée sur un écran placé à une distance  $d$  des fentes, en fonction de la position  $x$ , représentant la dimension perpendiculaire à l'axe optique.

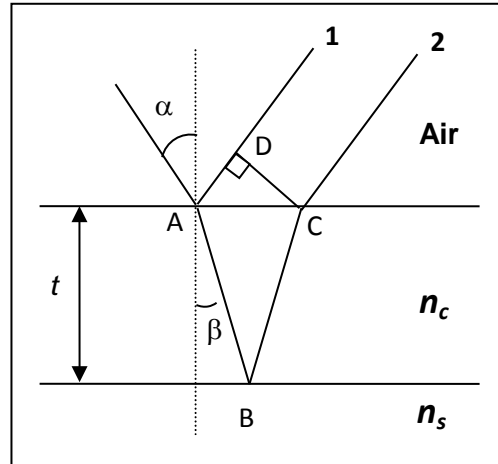
Indice : supposez que l'écran est placé à une distance  $d$  des fentes telle que  $a \ll d, x \ll d$ . Dans ce cas vous pouvez utiliser l'approximation binomiale pour simplifier vos calculs.

b) (15 Points) Supposons que les fentes sont illuminées par une source de lumière incohérente temporellement de la forme  $E(z) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} d\omega E_0 \cdot \exp(ikz - i\omega t)$ .

(10 Points) Obtenez l'expression décrivant le nouveau patron d'intensité de la lumière observé sur un écran placé à une distance  $d$  des fentes en fonction de la position  $x$ .

(5 Points) À quelle position  $x$  sur l'écran le patron périodique va-t-il disparaître ?

## 2. (25 Points) Revêtements antireflets.



Dans ce problème, on se penche sur le phénomène de transmission parfaite à l'interface entre deux milieux optiquement différents par le biais du phénomène d'interférence dans une pellicule optique placée entre les deux milieux. En particulier, considérons une pellicule optique d'épaisseur  $t$  et d'indice de réfraction  $n_c$  qui se trouve sur un substrat semi-infini d'indice de réfraction  $n_s$  tel qu'illustré à la figure ci-dessous.

a) (5 Points) Pour un rayon de lumière de longueur d'onde  $\lambda$  incidente sur la pellicule optique avec un angle  $\alpha$ , trouvez la différence  $\Delta l$  entre les parcours optiques du rayon 1 (le rayon AD réfléchi sur la première interface) et du rayon 2 (le rayon ABC partiellement transmis à travers la première interface, partiellement réfléchi au point B sur la deuxième interface et finalement partiellement transmis au point C sur la première interface). Donnez votre réponse en fonction des paramètres  $\alpha$ ,  $t$  et  $n_c$ .

Dans votre traitement des questions b)-d), considérez un angle d'incidence normale  $\alpha = 0$ .

b) (5 Points) En prenant en compte l'effet des interfaces sur la phase du rayon réfléchi et en supposant que  $n_c > n_s > 1$  et que  $t = \lambda / (4n_c)$ , est-ce que l'interférence entre les deux rayons mentionnés ci-dessus est constructive ou destructive ? Justifiez votre réponse.

c) (5 Points) En prenant en compte l'effet des interfaces sur la phase du rayon réfléchi et en supposant que  $n_s > n_c > 1$  et que  $t = \lambda / (4n_c)$ , est-ce que l'interférence entre les deux rayons mentionnés ci-dessus est constructive ou destructive ? Justifiez votre réponse.

d) (10 Points) Pour quelle valeur d'indice de réfraction de la pellicule optique  $n_c$  la transmission du rayon incident de l'air au substrat est parfaite (réflexion dans l'air nulle) ? Quelle doit être l'épaisseur de la pellicule optique dans ce cas (régime de revêtement antireflet) ?

Indice 1 : Le coefficient de réflexion du rayon incident de l'air à la pellicule optique (voyez la

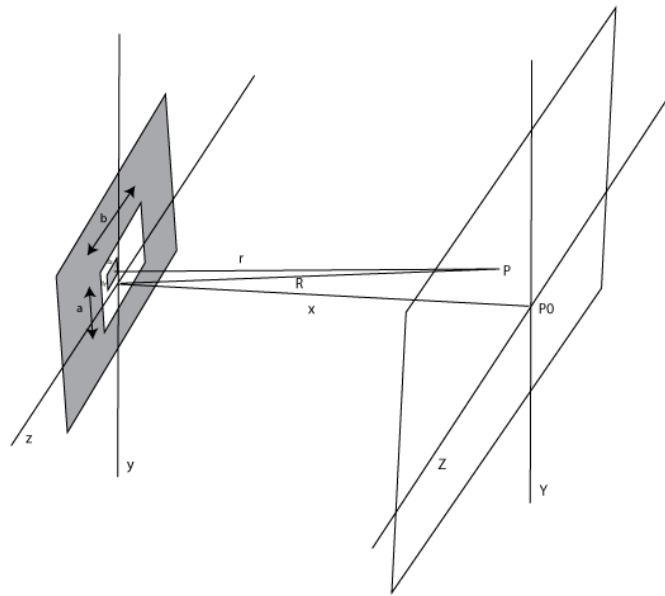
figure ci-dessus) est  $R = \frac{r_1 + r_2 e^{-2i\delta}}{1 + r_1 r_2 e^{-2i\delta}}$ , où  $r_1$  est le coefficient de réflexion de Fresnel sur

l'interface air/pellicule et  $r_2$  est le coefficient de réflexion de Fresnel sur l'interface pellicule/substrat, tandis que  $\delta = 2\pi n_c t / \lambda$  en supposant un angle d'incidence normale.

Indice 2 : La valeur du coefficient de réflexion de Fresnel pour un rayon incident sur l'interface entre les deux milieux d'indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$  est  $r_{12} = (n_1 - n_2) / (n_1 + n_2)$  en supposant un angle d'incidence normale.

Indice 3 : Afin de répondre à la question d), inspirez-vous des résultats obtenus en b) et c).

### 3. (Points 25) Diffraction de la lumière sur une fente rectangulaire.



(Source : <http://cnx.org/contents/TYD5UBjk@2/Diffraction-from-a-Rectangular>)

Un faisceau de lumière composé d'ondes planes de longueur d'onde  $\lambda$  est incident sur une ouverture rectangulaire ayant une largeur  $b$  et une hauteur  $a$ . Calculez l'expression mathématique représentant l'intensité lumineuse  $I(Y,Z)$  (patron de diffraction) qui sera observée sur un écran bien éloigné de la fente.

Indice 1. Considérez que la distance  $x$  entre la fente et l'écran est suffisamment grande pour que l'approximation de Fraunhofer soit valide. Supposez que les coordonnées du point d'observation sur l'écran sont telles que  $|Y| \gg a$ ,  $|Z| \gg b$ .

Indice 2. Calculez le patron de diffraction à l'aide de la méthode d'intégration des contributions des ondelettes sphériques  $\exp(ikr - i\omega t)$  émises à partir de l'ouverture.

#### 4. (Points 25) Mesure interférométrique d'une déflexion d'un miroir pivotant.

Un interféromètre Mach-Zehnder peut être utilisé pour mesurer une déflexion d'un miroir pivotant (voir la figure ci-dessous). Une lame séparatrice d'épaisseur négligeable placée au centre de l'interféromètre divise le faisceau incident en proportion égale 50%/50% (réflexion/transmission). La lame est inclinée de  $45^\circ$  par rapport à l'axe X. Supposons que pour la position verticale du miroir ( $\theta=0$ ), les parcours optiques sont égaux dans les deux bras de l'interféromètre avec une distance entre les miroirs et le centre de la lame de  $d$ . Le faisceau incident est une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . La déflexion du miroir cause un déphasage dans les deux bras de l'interféromètre et a pour conséquence une variation dans le patron d'interférence sur l'écran.

- a) (Points 15) Calculez l'intensité  $I(x=0, \theta)$  de la lumière au centre de l'écran ( $x=0$ ) en fonction de l'angle de rotation  $\theta$  du miroir pivotant.
- b) (Points 10) En supposant des petites valeurs de  $\theta$ , trouvez la résolution angulaire  $\delta\theta$  de l'interféromètre définie comme la plus petite valeur de  $\theta$  pour laquelle  $I(x=0, \delta\theta)=0$ .

