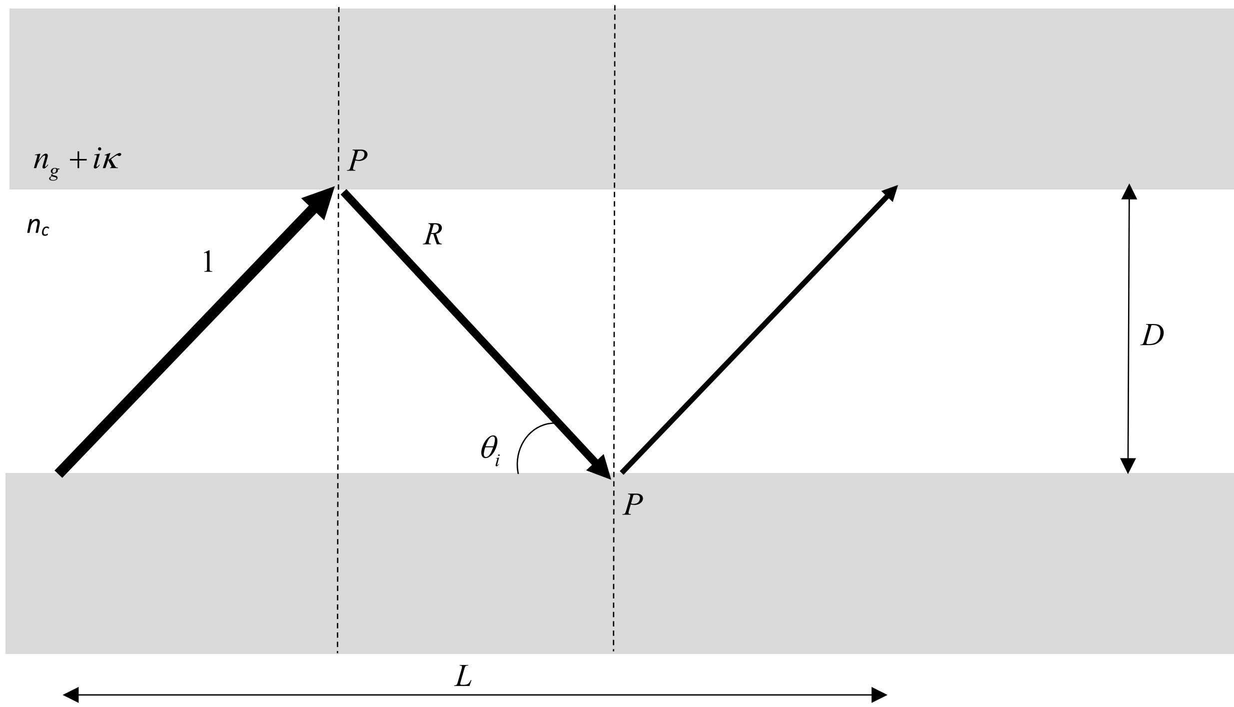
ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2023

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

14-PH-A7 OPTIQUE

Problème 1 (26 Points). Guide d'onde multimode avec perte.



Considérons un guide d'onde fait de deux plaques diélectriques demi-infinies avec perte optique et l'indice de réfraction complexe $n_g + i\kappa$. Les plaques sont positionnées à deux côtés opposites d'un coeur avec l'indice de réfraction purement réel n_c (pas de perte). Supposons que $n_c > n_g$. Supposons aussi que la taille D d'un coeur est considérablement plus grande qu'une longueur d'onde de la lumière λ guidée. Guidage par un tel guide d'onde peut être expliqué par les réflexions consécutives de la lumière sur l'interface entre le coeur et les régions de gaine diélectriques. En particulier, considérons la lumière guidée comme un rayon incident sur l'interface coeur/gaine avec l'angle d'incidence θ_i. Chaque fois qu'un rayon arrive sur l'interface coeur/gaine, la partie R du rayon (par intensité) est réfléchie dans le coeur, tandis que la partie $P = 1 - R$ est perdue à cause de l'absorption dans la région de la gaine diélectrique. En ce qui suit, trouvez les propriétés optiques d'un guide d'onde décrit ci-dessus:

a) (3 points). En l'absence de perte, quel est l'angle d'incidence maximal en dessous duquel toute la lumière est réfléchie vers le cœur (R=1) ?

b) (3 points). Quel est le mécanisme de guidage physique d'un guide d'ondes décrit ci-dessus pour le choix des angles incidence décrite en a).

c) (5 points). Trouvez un nombre total de réflexions de la lumière sur les interfaces coeur/gaine après propagation le long de la distance L dans le coeur vide. Présentez votre réponse en termes des paramètres D, L et θ_i.

d) (5 points). En supposant qu'après chaque réflexion, la partie P de l'intensité de la lumière est perdue, trouvez l'expression pour l'intensité de la lumière restant dans le coeur $I(L)$ en fonction de la longueur de propagation L. Présentez votre réponse en termes des paramètres D, L, P et θ_i.

e) (5 points). En supposant que la perte par absorption est faible $P << 1$, et que l'angle d'incidence est rasant $\theta_i << 1$, présentez le résultat trouvé en d) dans la forme exponentielle suivante $I(L) = I(0)\exp(-L/L_0)$, et trouvez l'expression en termes de D, P, θ_i pour une longueur caractéristique L_0 de propagations dans une guide onde creuse.

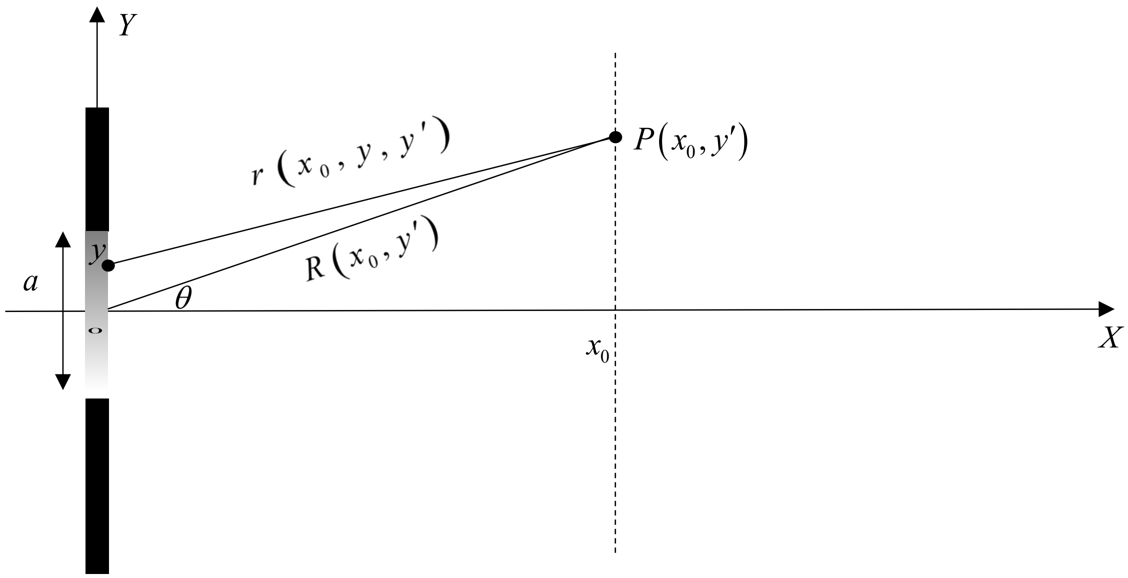
Indice :

$$\ln(1-P) \underset{P<<1}{\approx} -P$$

$$tg(\theta_i) \underset{\theta_i<<1}{\approx} \theta_i$$

f) (5 points). Pour estimer la perte P en fonction d'angle d'incidence θ_i on utilise les coefficients de Fresnel. En particulier, à la limite d'un guide d'onde multimode $D >> \lambda$ on pourrait considérer que la majorité de rayions se propagent dans le cœur avec l'angle d'incidence rasant $\theta_i \sim \lambda/D << 1$. En supposant de plus que la perte par absorption est faible $\kappa << 1$, on pourrait montrer que $P \square \theta_i \cdot \kappa$. En utilisant cette approximation pour P, quelle est la dépendance d'une longueur caractéristique L_0 de propagation dans un guide d'onde multimode trouvée en e)? Exprimer votre réponse en termes de D, λ et κ?

Problème 2 (25 points). Diffraction sur une fente absorbante.



Soit une onde plane monochrome de longueur d'onde λ frappe une fente de dimension finie a dans un écran perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente. En plus, nous supposons que dans la fente on trouve une plaque de matériau absorbant avec la transmission qui varie selon $T(y) = T_o \exp(-\alpha y)$, où α est purement réel. L'onde est perturbée par l'écran et en passant par la fente, elle diffracte, c'est-à-dire qu'il y a dispersion angulaire de l'onde. Afin de caractériser la dispersion angulaire, on pourrait utiliser le principe de Huygens selon lequel l'onde plane se propage de proche en proche. Chaque élément de ligne atteint par une onde se comporte comme une source secondaire qui émet des odelettes circulaires dont l'amplitude est proportionnelle à cet élément. Les odelettes issues de chaque point de l'ouverture interfèrent entre elles et la solution du problème de diffraction consiste essentiellement à calculer la somme des amplitudes des odelettes.

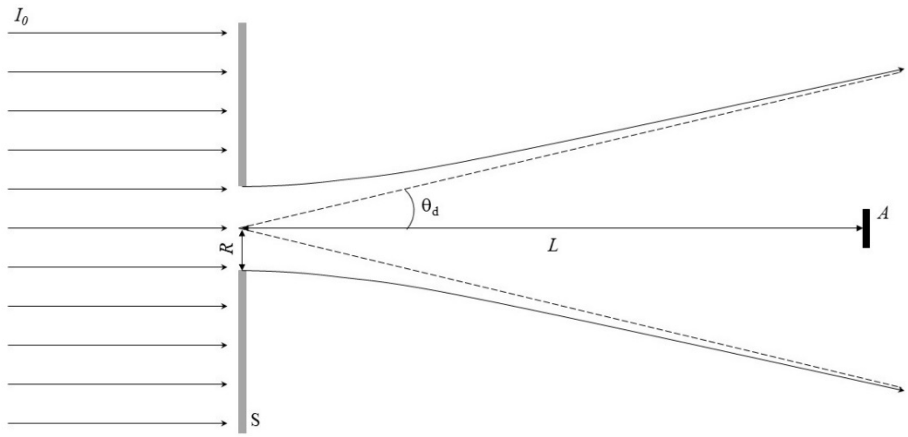
Répondez aux questions suivantes :

a) (15 points). Soit, comme le montre la figure, une fente de dimension a dans un écran opaque situé dans le plan $x = 0$ et un point P d'observation de coordonnées x_0 et y' situé à une distance $R(x_0, y')$ du centre de la fente. La vibration totale en P est égale à la somme de toutes les vibrations provenant de la ligne source de longueur a. En supposant que l'approximation de Fraunhofer est valide $y/R(x_0, y') << 1$, calculer distribution angulaire de l'intensité diffractée $I(\theta)$ dans la plane $x = x_0$.

Indice : odelette émit par une source ponctuelle en $(0, y)$ a une forme $T(y) \cdot \exp\left(i \cdot k \cdot r(x_0, y, y')\right)$

b) (10 points). En absence de l'absorption $\alpha = 0$, trouver la position angulaire d'un maximum principal, aussi bien que les positions angulaires des minimums de l'intensité diffractée.

Problème 3 (25 points). Optique Gausienne.



Un faisceau monochromatique de longueur d'onde λ sort d'une ouverture circulaire de rayon R d'une source laser S et se propage selon d'axe Z. L'optique gaussienne peut souvent décrire un tel faisceau en utilisant un paramètre de taille de faisceau $w_g<R$. Près de l'ouverture et jusqu'à une certaine distance caractéristique L_g, le faisceau peut être considéré comme ayant une taille presque constante, tandis qu'à des distances plus longues de l'ouverture $L>>L_g$, le faisceau présente une divergence angulaire avec un angle de divergence caractéristique θ_g. En utilisant une solution pour l'intensité du faisceau gaussien $I(r,z)$ comme indiqué ci-dessous :

$$I(r,z) \approx I_0 \left| \frac{q(0)}{q(z)} \exp\left(-i \cdot k \cdot \frac{r^2}{2q(z)} \right) \right|^2$$

$$q(z) = z + iz_R \quad ; \quad z_R = \frac{\pi \cdot w_g^2}{\lambda} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

répondre aux questions suivantes:

a) (2 points) Quelle est l'approximation de la longueur caractéristique L_g telle que décrite ci-dessus en termes de z_R ?

b) (8 points) Donner une expression exacte de l'angle de divergence du faisceau θ_g en fonction de λ et w_g qui correspond à $I(r,z)$ indiqué ci-dessus à la limite $L>>L_g$. Pour répondre à cette question, considérons que θ_g définit une ligne le long de laquelle $I(z \cdot tg(\theta_g),z) / I(0,z) = 1/e$ indépendamment de z.

c) (15 points) Trouver une fraction de la puissance totale :

$$\int_0^{R_A} 2\pi r I(r,z) dr \Big/ \int_0^{+\infty} 2\pi r I(r,z) dr$$

mesurée par le détecteur de lumière rond de l'aire $A = \pi R_A^2$ placée à une distance L de l'ouverture laser comme indiqué sur la figure. Dans votre calcul, supposez une limite de champ lointain $L>>L_g$.

Problème 4 (15 points). Convertisseur de polarisation.

Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ se propage selon l'axe OZ et est polarisée linéairement de sorte que le vecteur de son champ électrique est dirigé selon l'axe OX. Une plaquette rectangulaire du cristal biréfringent uniaxial est utilisée pour convertir polarisation optique linéaire en polarisation circulaire. Les indices de réfraction ordinaires et extraordinaires du cristal sont n_o et n_e. Répondre aux questions suivantes:

a) (8 points) Quelle est la plus petite épaisseur du cristal h qui doit être utilisée pour convertir une polarisation linéaire en une polarisation circulaire ?

b) (7 points) Comment le cristal doit-il être orienté par rapport à la lumière incidente ?

Faites un schéma qui indique clairement les axes OX, OY et OZ, la direction de propagation de l'onde plane incidente, la direction du champ électrique correspondant, ainsi que l'orientation de l'axe optique du cristal.

Problème 5 (9 points). État de polarisation.

Quel est l'état de polarisation (linéaire, circulaire ou elliptique) pour une onde plane monochromatique avec un vecteur de champ électrique donné par :

a) (3 points) $E(r,t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(k_z z - \omega t + \frac{\pi}{4}) \\ \cos(k_z z - \omega t - \frac{\pi}{4}) \\ 0 \end{pmatrix}$

b) (3 points) $E(r,t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(k_z z - \omega t + \frac{\pi}{4}) \\ \cos(k_z z - \omega t + \frac{\pi}{8}) \\ 0 \end{pmatrix}$

c) (3 points) $E(r,t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(k_z z - \omega t + \frac{\pi}{4}) \\ \cos(k_z z - \omega t + \frac{\pi}{4}) \\ 0 \end{pmatrix}$

où E_0, k_z et ω sont constants.