ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

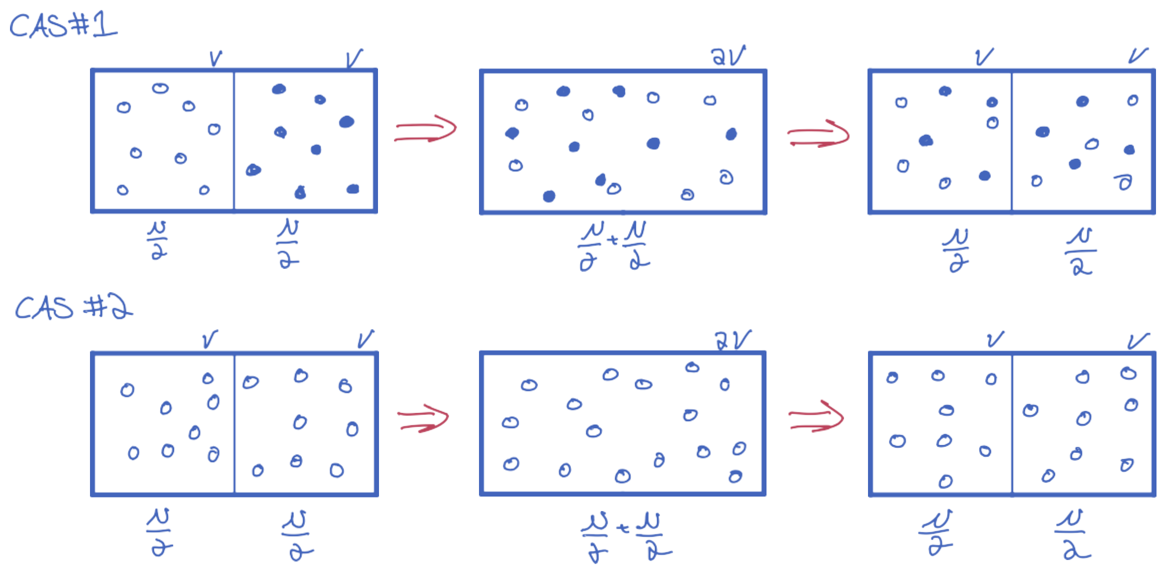
SESSION DE MAI 2023

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

14-PH-A2 PHYSIQUE STATISTIQUE

1 Entropie (25 points)

Soit deux enceintes de volume V séparées par une paroi amovible. Les gaz sont idéaux. Ils sont à la même température et à la même pression. La pression et la température ne sont pas affectées dans ce qui suit. Le nombre N de particules est grand.



Dans le cas #1, les deux gaz sont discernables (^{40}Ar et ^{39}Ar par exemple). Dans le cas #2, les deux gaz sont indiscernables (^{40}Ar et ^{40}Ar par exemple).

Dans un premier temps, on enlève la paroi séparatrice. Les gaz se mélangent. Par la suite on réintroduit la paroi de telle façon à retrouver deux enceintes séparées par une paroi.

a) (5 points) Pour ces deux cas (#1 et #2), discuter de l'évolution de l'entropie en termes de désordre, d'ignorance et d'irréversibilité. NOTE : une réponse courte est attendue.

b) (10 points) Pour ces deux cas (#1 et #2), calculer l'augmentation de l'entropie. Considérer seulement l'espace des configurations.

c) (5 points) Expliquer pourquoi on se permet de faire le calcul de la variation d'entropie en négligeant l'espace des quantités de mouvement.

d) (5 points) Donner la probabilité que l'on retrouve le système exactement dans sa configuration initiale après avoir réintroduit la paroi.

2 Le cristal paramagnétique en canonique (25 points)

Un solide est formé de N moments magnétiques $\mu \cdot s$, où $s = \pm 1$. Sous l'effet d'un champ magnétique externe, l'énergie de ces moments est $E = \pm \mu B$. On considère les moments *indépendants* les uns des autres et *discernables*. Le système est en équilibre avec un réservoir de température T.

a) (5 points) Donner la fonction de partition $Z_1(T)$ pour un de ces moments.

b) (5 points) Donner la fonction de partition du cristal $Z_N(T)$.

c) (5 points) Donner l'énergie moyenne du cristal, $\langle E \rangle$.

d) (5 points) Donner l'énergie libre d'Helmholtz du cristal, $A(T)$.

e) (5 points) Donner l'entropie du cristal, $S(T)$.

3 Hémoglobine (25 points)

L'hémoglobine possède 4 sites ($N_s = 4$) pouvant fixer chacun une molécule d'O_2. Ainsi, l'hémoglobine peut être occupée par $N = 0$, 1, 2, 3 ou 4 molécules d'oxygène. Pour chacune des molécules adsorbées, l'énergie de l'hémoglobine est réduite de = 0.51 eV. Le potentiel chimique du gaz d'oxygène est celui d'un gaz parfait.

a) (2.5 points) Exprimer l'énergie E de l'hémoglobine en fonction de N.

b) (5 points) Donner la fonction de partition $Z(N)$. N'oubliez pas de considérer tous les microétats distincts associés à une énergie E.

c) (5 points) Donner la grande fonction de partition.

d) (2.5 points) Donner la probabilité qu'une molécule d'hémoglobine ait $N = 0$.

e) (5 points) Donner le potentiel chimique (valeur numérique) associé au gaz d'oxygène si la pression est de 20 kPa, la température est de 310 K, et la longueur de deBroglie est de $\lambda = 0.175 \times 10^{-10}$ m.

f) (5 points) Donner la probabilité (valeur numérique) qu'une molécule d'hémoglobine soit occupée par au moins une molécule d'oxygène.

4 Le gallium (25 points)

Le gallium est un métal dont l'énergie de Fermi est de 10.4 eV.

a) (5 points) Donner la densité d'électrons. En physique du solide, les densités sont exprimées en cm^{-3}. Appliquer cette convention à votre réponse.

b) (5 points) La température de Fermi correspond au potentiel chimique à $T = 0$. Calculer le potentiel chimique du gallium à $T = 300$ K.

c) (2.5 points) Est-ce que l'expansion de Summerfeld est, selon vous, appropriée à cette température ?

d) (2.5 points) Toujours selon vous, à partir de quelles températures le potentiel chimique diffère-t-il de $_F$? *Note : Ici, vous devez vous-même établir le critère de comparaison et le donner explicitement*.

e) (2.5 points) Donner la séparation moyenne entre les électrons.

f) (2.5 points) Calculer la longueur d'onde de Broglie (λ) à $T = 300$ K.

g) (5 points) Les électrons dans le gallium à 300 K se comportent-ils comme un gaz quantique ou classique. Expliquer votre raisonnement.

Annexe

A Constantes fondamentales

Note : 1.0000 eV ↔ 1.6022×10^{-19} joule ↔ 8065.6 cm^{-1}

Constante	Symbole	Valeur numérique	Unités
Vitesse de la lumière	c	$2.997924583 \times 10^{8}$	$m \cdot s^{-1}$
Permittivité du vide	ε_0	8.85×10^{-12}	$F \cdot m^{-1} = C^2 \cdot J^{-1} \cdot m^{-1}$
Perméabilité du vide	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$N \cdot A^{-2}$
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34}	J·s
	h	4.14×10^{-15}	eV·s
		1.05×10^{-34}	J·s
		6.58×10^{-16}	eV·s
Charge élémentaire	e	1.6×10^{-19}	C
Masse de l'électron	m_e	9.11×10^{-31}	kg
Constante d'Avogradro	N_A	6.02×10^{23}	mol^{-1}
Constante de Boltzmann	k	1.38×10^{-23}	$J \cdot K^{-1}$
	k	8.62×10^{-5}	$eV \cdot K^{-1}$
Unité de masse atomique	uma	1.66×10^{-27}	kg

B Relations (potentiellement) utiles

- Approximation de Stirling : $N! \approx \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N}$
- $x^n e^{ax} = e^{ax}\left(\frac{x^n}{a} - \frac{n}{a}x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{a^2}x^{n-2} - \dots (-1)^n \frac{n!}{a^n}\right)$ si n est un entier positif
- $\int_0^a x \sin(\frac{n\pi}{a}x) \sin(\frac{m\pi}{a}x) dx = \frac{a^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{(m+n)^2} - \frac{1}{(m-n)^2}\right)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}$
- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx+c)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{4a} - c}$
- $\sum_{n=0}^{N-1} r^n = \frac{1-r^N}{1-r}$ pour $r < 1$
- $\frac{d}{dz} \sinh(z) = \cosh(z)$
- $\frac{d}{dz} \cosh(z) = \sinh(z)$