

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2014

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

14-PH-A1 MÉCANIQUE CLASSIQUE

Notes importantes :

- Le questionnaire comprend cinq (5) problèmes;
- L'examen est noté sur 100 points;
- Toute documentation est permise;
- Prenez soin d'expliquer votre démarche et au besoin d'exprimer vos hypothèses, car la correction en tiendra compte;
- Les résultats numériques demandés doivent avoir les unités appropriées.

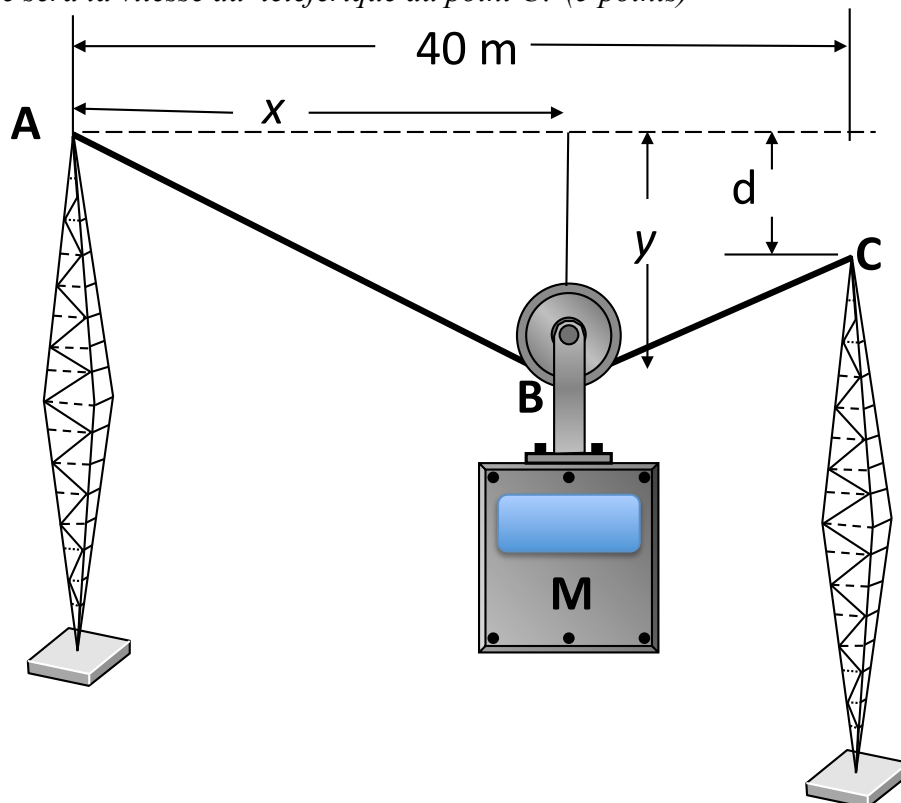
Problème 1 : Stabilité d'un téléphérique sur un câble (25 points)

Un téléphérique de 10 tonnes descendant une pente est suspendu à un câble attaché aux points A et C à des pylônes fixes. La distance entre les pylônes est de 400 m et la longueur du câble est de 450 m. Le dénivelé d entre les deux pylônes vaut 100 m.

- A) Déterminer les coordonnées (x,y) du point d'équilibre du téléphérique sur la corde lorsqu'il est au repos en équilibre sur la corde (freins relâchés, négliger tout frottement). Prendre l'origine du repère xy au point A. (10 points)
- B) Calculer la tension dans la section AB et la section BC du câble (5 points)

En cas de mal fonctionnement des freins, on cherche à évaluer la vitesse maximale qu'atteindra le téléphérique sur le tronçon AC. Pour ce faire, supposer qu'il est lâché du point A à partir du repos. On néglige tout frottement pour établir le pire scénario.

- C) À quel point la vitesse maximale sera-t-elle atteinte? Justifier. (5 points)
- D) Quelle sera la vitesse du téléphérique au point C? (5 points)



Problème 2 : Temps de voyage Terre-Mars (15 points)
--

On désire envoyer un satellite en orbite autour de la planète Mars à partir d'une position géostationnaire autour de la Terre. Cette position de départ est suffisamment haute pour que la gravité terrestre soit négligeable.

Rappel : Un satellite géostationnaire est un satellite qui tourne à la même vitesse angulaire que la Terre de telle sorte qu'il est toujours situé au dessus du même point géographique.

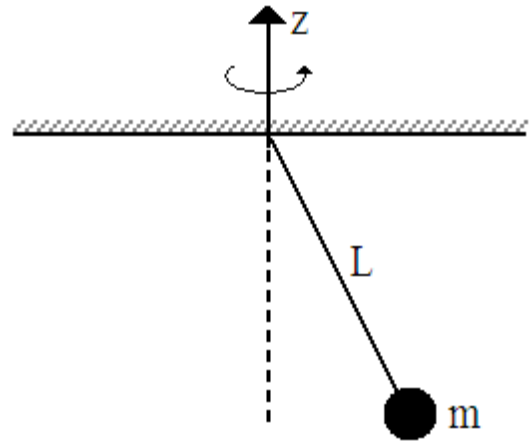
A) Calculer la hauteur du satellite géostationnaire avant son départ vers Mars. (10 points)

B) Estimer le temps nécessaire pour que le satellite atteigne Mars avec les données suivantes. (5 points)

- La distance Terre-Mars est d'approximativement 160 millions de kilomètres.
- Le carburant qui doit être utilisé est de l'hydrazine. Sa combustion génère des gaz d'échappement possédant une vitesse de 2km/s.
- Le débit massique d'éjection des gaz par le système de propulsion est de 1kg/s
- Le satellite contient initialement 100 kg de carburant et son poids à vide (sans carburant) est de 10kg.

Problème 3 : Pendule à oscillations elliptiques (30 points)

Une masse m est suspendue à une tige rigide de longueur L et de masse négligeable, formant un pendule. Le pendule est attaché à son sommet à un roulement à bille qui lui permet de tourner librement autour de l'axe Z . On donne ensuite une impulsion au pendule selon une direction arbitraire pour le mettre en mouvement et on le laisse osciller librement.



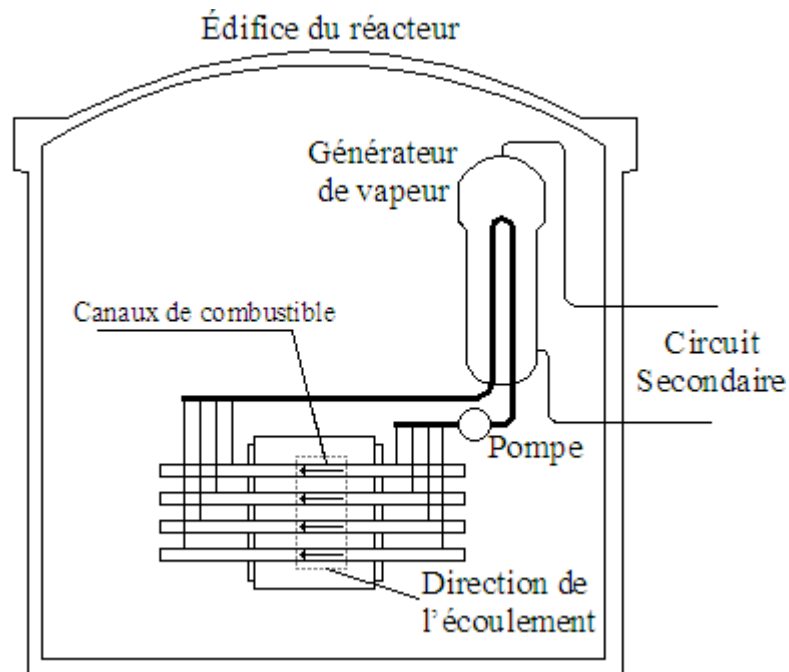
- Donner un système de coordonnées généralisées approprié pour décrire ce mouvement. (5 points)
- Écrire le lagrangien du système en fonction de ce système de coordonnées généralisées. (10 points)
- Déterminer les équations différentielles décrivant le mouvement (ne pas les résoudre). (10 points)
- Outre l'énergie, existe-t-il certaines quantités conservées dans le système? Si oui, quelles sont-elles? (5 points)

Problème 4 : Effet Coriolis dans un réacteur nucléaire (20 points)

La figure ci-dessous donne un schéma simplifié d'un édifice typique de réacteur nucléaire canadien (CANDU). On s'intéresse au transport de l'eau lourde (D_2O) dans les tuyaux qui passent dans le cœur du réacteur pour le refroidir. La densité de l'eau lourde est de 1110 kg/m^3 et le volume des tuyaux est de 1 m^3 chacun.

Comme indiqué sur le dessin, les tuyaux dans lesquels s'écoule l'eau lourde sont droits et parallèles au sol. Pour une centrale nucléaire située à une latitude de 45° et sachant que la vitesse de l'eau lourde dans les canaux de combustible est de 2.5 m/s , on vous demande :

- A) De déterminer les orientations du réacteur (angle par rapport au Nord sur une boussole) qui maximisent et minimisent l'accélération de Coriolis que subit l'eau lourde qui s'écoule dans les tuyaux. (10 points)
- B) De calculer le module et l'orientation vectorielle des forces de réaction exercées par les tuyaux sur l'eau afin de maintenir son parcours rectiligne. (5 points)
- C) Selon vous, la force de Coriolis a-t-elle une influence notable sur l'écoulement de l'eau lourde à ces vitesses? Donnez quelques arguments d'ordre physique ou technique. (5 points)



Problème 5 : Espace de phase (10 points)

Soit un pendule simple de masse m oscillant dans le plan et relâché à partir du repos à un angle $\theta = \pi/30$ à partir de la verticale. La friction de l'air fait en sorte que le pendule s'amortit doucement et s'immobilise après plusieurs dizaines de périodes d'oscillations.

La friction de l'air, pour un pendule léger, est une force correspondant à la trainée de Stokes : $\mathbf{F} = -C\mathbf{v}$, où \mathbf{v} est la vitesse du pendule et C une constante positive.

A) Donner l'équation différentielle du mouvement du pendule (5 points)*

B) Tracer qualitativement la trajectoire de l'évolution du système son plan de phase (P v.s. q).

Ici, q est la coordonnée généralisée nécessaire pour décrire le système et P est la quantité de mouvement généralisée associée à cette coordonnée. (5 points)

* L'équation différentielle du mouvement est l'équation qui relie la coordonnée généralisée à ses dérivées première et seconde et qui peut être résolue pour obtenir $q(t)$.