

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

## SESSION DE MAI 2014

**Toute documentation permise**  
**Calculatrices : modèles autorisés seulement**  
**Durée de l'examen : 3 heures**

### 14-IN-A7 Probabilités et statistiques appliquées

#### Question n° 1 (20 points)

Une étude a été réalisée pour estimer si le type d'additif a un effet sur la résistance d'une fibre. Trois additifs ont été testés (**A**, **B** et **C**). Pour chaque additif, 5 essais de traction ont été réalisés. Le tableau ci-dessous illustre les résultats de la résistance mécanique (en Newton) (considérez erreur  $\alpha = 0.05$ ).

	Additif	A	B	C
Essai				
1		12,3	8,8	7,3
2		14,6	9,6	10,5
3		10,9	10,4	9,4
4		11,6	11,5	9,9
5		12,6	10,7	8,5

On vous demande :

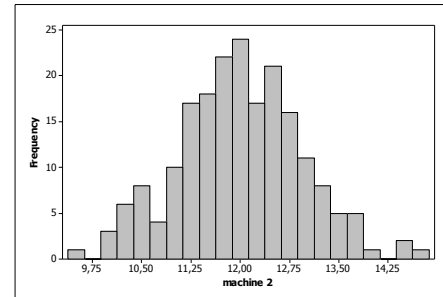
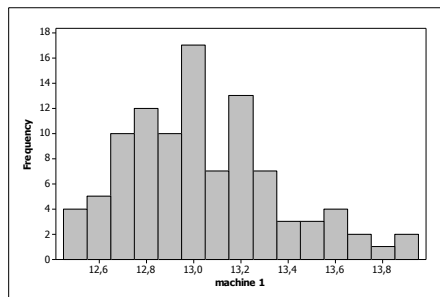
- (12 points) Est-ce que le type d'additif a une influence sur la résistance de la fibre. Justifiez votre réponse par une analyse de variance et un test de Fisher.
- (8 points) Peut-on considérer que les deux types d'additifs **B** et **C** comme équivalents ? Justifiez votre réponse.

#### Question n° 2 (20 points)

Vous devez comparer la qualité de deux machines. Le requis du client est de **12.3±1**. Une campagne de mesures sur deux différents échantillons a été menée pour obtenir les statistiques suivantes sur chaque machine :

	Machine 1	Machine 2
Taille de l'échantillon n	100	200
Moyenne estimée	13.042	12.006
Écart type estimé	0.319	0.940
Valeur maximale mesurée	13.882	14.748

Valeur minimale mesurée	12.496	9.443
Coef. de symétrie ( <i>skweness</i> )	0.615	0.063
Coef. d'aplatissement ( <i>kurtosis</i> )	0.036	0.012



On vous demande :

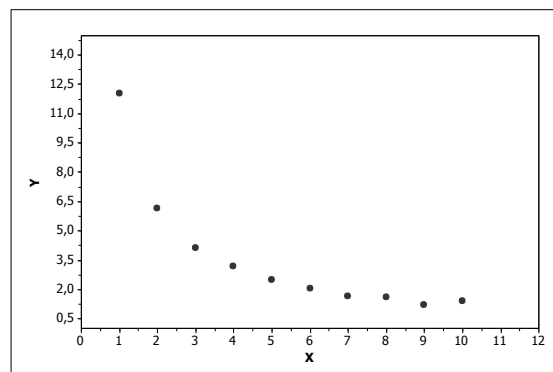
- (6 points) Est-ce que le comportement moyen des deux machines est identique? Appuyez votre réponse par un test statistique.
- (6 points) Est-ce que les niveaux de variation (dispersion) peuvent être considérés comme égaux? Justifiez votre réponse par un test statistique.
- (8 points) En examinant le requis ( $12.3 \pm 1$ ), quelle machine offre un meilleur comportement? Justifiez votre réponse en estimant le niveau de défauts qui sera produit par chaque machine.

### Question n° 3 (25 points)

Une étude expérimentale a été effectuée pour mesurer l'épaisseur d'un film (Y en mm) en fonction du niveau de la pression appliquée (X). Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

$x :$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Y :$	12,0240	6,1445	4,1113	3,1823	2,4931	2,0300	1,6463	1,5700	1,2033	1,3959

Le graphique ci-dessous est à titre indicatif.



On vous demande :

- (10 points) En considérant le modèle  $Y = a_1x + a_0 + \varepsilon$ , où  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . On vous demande d'estimer les paramètres  $a_0$  et  $a_1$  par la méthode des moindres carrés. Est-ce que le modèle peut être considéré comme 'bon' ? Justifiez votre réponse.
- (10 points) Effectuer un changement de variable  $z = x^{-1}$ . On vous demande d'estimer les paramètres du modèle  $Y = b_1z + b_0 + \varepsilon$ . Est-ce que le modèle peut être considéré comme 'bon' ? Justifiez votre réponse.
- (5 points) Calculez le coefficient de corrélation entre les deux variables. Est-ce qu'il peut être considéré comme "significatif"? Justifiez votre réponse en considérant la taille de l'échantillon  $n = 10$  et un seuil d'erreur  $\alpha = 0.05$ .

#### Question n° 4 (10 points)

La variable aléatoire  $X$  peut être modélisée par une loi de densité (PDF) :

$$f(x; \beta, \theta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-(x/\theta)^\beta} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Avec  $\beta = 1$  et  $\theta = 2$ . On vous demande :

- (4 points) Donnez l'expression mathématique de la probabilité cumulative CDF de la variable  $X$ .
- (2 points) Déterminez la probabilité que  $\Pr\{X \leq 2\}$ .
- (2 points) Déterminez la probabilité que  $\Pr\{X = \beta\}$ .
- (2 points) Déterminez la probabilité que  $\Pr\{-2 \leq X \leq 2\}$ .

#### Question n° 5 (15 points)

Une étude statistique vise à démontrer s'il existe un lien entre le fait d'avoir des parents **fumeurs** et le taux des **maladies respiratoires**. L'étude a été effectuée sur **3571** personnes. Les résultats ont été classés en trois catégories : un parent fumeur, deux parents fumeurs et non-fumeurs. Les résultats sont :

Profil	Absence de pathologie	Présence de pathologie	Total
Non-fumeurs	2345	543	2888
Un parent fumeur seulement	455	87	542
Deux parents Fumeurs	106	35	141
Total	<b>2906</b>	<b>665</b>	<b>3571</b>

On vous demande :

- (8 points) On émet l'hypothèse que le taux des **maladies respiratoires** est lié au fait de fumer. Formulez les hypothèses statistiques  $H_0$  et  $H_a$  pour ce tableau de contingence.

Peut-on considérer comme vraisemblable l'hypothèse selon laquelle le fait de fumer est un risque pour les maladies respiratoires. Justifiez votre réponse. Utilisez un seuil de 5% pour l'erreur TYPE I.

- b) (7 points) Est-ce qu'il existe une **différence significative** entre le fait d'avoir un parent comme fumeur ou d'avoir les deux parents comme fumeurs? Justifiez votre réponse.

**Question n° 6 (5 points)**

Soit  $A$  et  $B$  deux événements associés à une certaine expérience aléatoire. De plus, on sait que :

$$\Pr(A) = 0.6$$

$$\Pr(B) = 0.3$$

$$\Pr(A \cup B) = 0.72$$

Est-ce que les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse.

**Question n° 7 (5 points)**

Un composant électrique sert à déclencher une alarme si une condition extraordinaire se présente. Ce composant a une fiabilité de **0.975**, ce qui correspond à la probabilité de déclencher l'alarme si une condition extraordinaire se présente. On envisage de mettre certain nombre de ces composants en parallèle pour augmenter la fiabilité du système. Combien de composants doit-on placer en parallèle pour s'assurer d'une fiabilité minimale de **0.9999** ?

---

**Fin du questionnaire**