

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

## SESSION DE NOVEMBRE 2014

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

### 14-IN-A7 Probabilités et statistiques appliquées

#### Question n° 1 (20 points)

Vous devez valider la durée de vie d'une courroie de transmission. Le fournisseur de cette pièce garantie une durée de vie de  $1 \times 10^5$  cycles de fonctionnement avec un niveau d'erreur de 5%. Vous avez testé un échantillon de 10 courroies jusqu'à leur rupture. Les résultats de leurs durées de vie (en cycles) sont les suivants :

$0.983 \times 10^5$	$1.453 \times 10^5$	$1.543 \times 10^5$	$1.549 \times 10^5$	$1.565 \times 10^5$	$1.653 \times 10^5$
$1.608 \times 10^5$	$1.651 \times 10^5$	$1.828 \times 10^5$	$1.873 \times 10^5$	$1.876 \times 10^5$	$2.091 \times 10^5$

On vous demande :

- (7 points) Estimez la durée de vie moyenne des courroies et l'intervalle de confiance sur cette estimation de la moyenne à 95%.
- (7 points) Peut-on certifier ou pas si le fournisseur respecte le seuil de  $1 \times 10^5$  heures à 95%? Justifiez votre réponse par un test statistique.
- (6 points) Pour obtenir une précision dans la prédiction de la durée de vie égale à  $\pm 0.1 \times 10^5$  cycles, quelle est le nombre minimal des courroies à tester que vous devrez considérer?

#### Question n° 2 (25 points)

Pour mesurer la production électrique d'une éolienne, plusieurs mesures ont été réalisées sur une période d'une année ; la puissance moyenne produite  $P$  (kW) en fonction de la vitesse moyenne du vent  $V$  (m/s).

On vous demande :

- (10 points) En considérant le modèle  $P = a_1 V + a_0 + \varepsilon$ , où  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . On vous demande d'estimer les paramètres  $a_0$  et  $a_1$  par la méthode des moindres carrés. Est-ce que le modèle obtenu peut être jugé comme 'bon' ? Justifiez votre réponse.

Vitesse de vent (m/s)	Puissance (kW)
5	45,396
6	75,304
7	135,288
8	171,783
9	286,806
10	376,403
11	461,142
12	617,495
13	787,923
14	940,075

- b) (10 points) Sachant que la puissance du vent est proportionnelle à  $V^3$ , on vous demande de trouver les paramètres du nouveau modèle  $P = b_1 V^3 + b_0 + \varepsilon$ . On vous demande de commenter la qualité du modèle.
- c) (5 points) Est-ce que la valeur de  $b_0$  est significative ou peut-elle être considérée comme "pratiquement" égale à zéro? Justifiez votre réponse.

### Question n° 3 (20 points)

La densité de probabilité d'une variable aléatoire continue  $x$  (pour  $x \geq 0$ ) est donnée par :

$$f_x(x) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left( \frac{x}{\lambda} \right)^k}$$

Avec  $k = 2$  et  $\lambda = 1000$ . On vous demande :

- a) (5 points) Calculez  $P[X = 0] + P[X > 2000]$
- b) (5 points) Calculez  $P[X > 3000 | X \geq 2000]$
- c) (5 points) Quelle est l'espérance statistique de la variable aléatoire  $X$  ?
- d) (5 points) Si on définit une nouvelle variable aléatoire  $Z = 1000 - X$ , calculer  $f_Z(z)$

### Question n° 4 (15 points)

Une recherche vise à démontrer l'augmentation du risque des **maladies respiratoires chez les enfants** si les parents sont des **fumeurs**. Une étude a été effectuée sur 2295 personnes. Les résultats ont été classés en trois catégories : un ou deux parents fumeurs et deux parents non-fumeurs. Les résultats sont :

Profil	Absence de pathologie	Présence de pathologie	Total
Non-fumeurs	1 287	223	<b>1 510</b>
Un ou deux parents fumeurs	577	208	<b>785</b>
<b>Total</b>	1 864	431	<b>2 295</b>

On vous demande :

- a) (15 points) On émet l'hypothèse que le taux des maladies infantiles est lié au fait de fumer. Formulez les hypothèses statistiques  $H_0$  et  $H_a$  pour ce tableau de contingence. Peut-on considérer comme vraisemblable l'hypothèse selon laquelle le fait de fumer est un risque pour les maladies infantiles. Justifiez votre réponse. Utilisez un seuil de 5% pour l'erreur TYPE I.

**Question n° 5 (10 points) – Loi binomiale**

Un fournisseur de circuits imprimés. La probabilité qu'un circuit soit défectueux est égale à  $3.6 \times 10^{-3}$ . Dans un lot de 3000 circuits, quelle est la probabilité d'avoir :

- a) (4 points) Exactement deux circuits défectueux ?
- b) (3 points) Au plus deux circuits défectueux ?
- c) (3 points) Au moins deux circuits défectueux ?

**Question n° 6 (10 points)**

Vous devez juger de la qualité de deux procédés. Le requis de la caractéristique critique est de  $3,4 \pm 1,0$ . Une campagne de mesures sur deux différents échantillons a été menée pour obtenir les statistiques suivantes sur chaque procédé :

	Procédé 1	Procédé 2
Taille de l'échantillon n	365	200
Moyenne estimée	3,54	3,67
Écart type estimé	0,241	0,541
Coef. de symétrie estimé ( <i>skweness</i> )	0,005	0,063
Coef. d'aplatissement estimé ( <i>kurtosis</i> )	0,036	0,012

On vous demande :

- a) (10 points) En examinant le requis ( $12.3 \pm 1$ ), quelle machine offre un meilleur comportement? Justifiez votre réponse en estimant le niveau de défauts qui sera produit par chaque machine.

---

**Fin du questionnaire**