

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2012

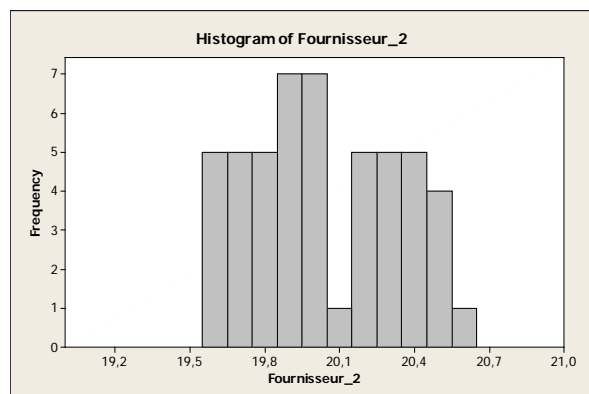
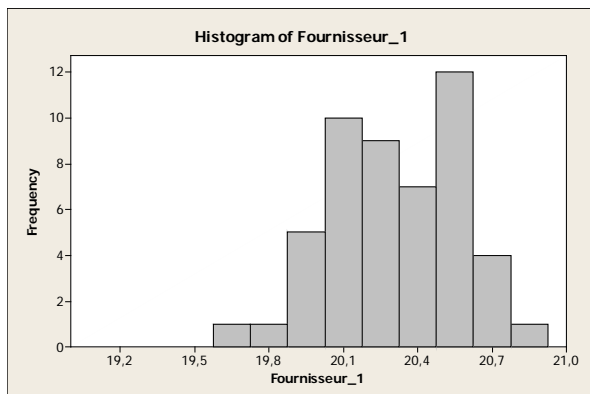
Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

98-Ind-B1 Probabilités et statistiques appliquées

Question n° 1 (20 points)

Vous devez juger de la qualité de deux fournisseurs différents. Vous avez considéré un composant typique et vous avez demandé à chaque fournisseur de fabriquer **50 échantillons**. Le requis de la caractéristique critique sur ce composant est de **20±1**. Vous avez calculé les statistiques suivantes pour chaque fournisseur :

| | Fournisseur 1 | Fournisseur 2 |
|--|---------------|---------------|
| Moyenne estimée | 20.307 | 20.049 |
| Écart type estimé | 0.274 | 0.285 |
| Valeur maximale mesurée | 20,798 | 20.553 |
| Valeur minimale mesurée | 19,623 | 19.603 |
| Coef. de symétrie estimé (<i>skweness</i>) | -0.26 | 0.16 |
| Coef. d'aplatissement estimé (<i>kurtosis</i>) | -0.60 | -1.18 |



On vous demande :

- (5 points) Est-ce que le **comportement moyen** des deux fournisseurs est identique? Appuyez votre réponse par un test statistique.
- (5 points) Est-ce que les **niveaux de variation** peuvent être considérés comme égaux? Justifiez votre réponse par un test statistique.

- c) (7 points) En examinant le requis (20 ± 1), quelle fournisseur offre un meilleur comportement? Justifiez votre réponse en estimant le niveau de défauts qui sera produit par chaque machine.
- d) (3 points) Peut-on utiliser les coefficients d'aplatissement et de symétrie pour estimer la qualité de chaque machine? Justifiez votre réponse.

Question n° 2 (20 points)

Vous êtes l'ingénieur responsable pour estimer la fiabilité d'un équipement hydraulique. Le département de marketing souhaite offrir une garantie de 3 ans (ce qui correspond à environ **500 heures** de fonctionnement). On accepte un taux de retour dû à la garantie de l'ordre de **8%**. Un banc de test a effectué un test de cyclage sur **12 équipements** jusqu'à leur bris. Les résultats de leurs durées de vie (en heures) sont les suivants :

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 594 | 583 | 552 | 571 | 567 | 559 |
| 545 | 544 | 528 | 564 | 563 | 547 |

On vous demande :

- a) (7 points) Estimez la durée de vie moyenne des ampoules et son intervalle de confiance à 95%.
- b) (7 points) Peut-on certifier ou pas si l'équipement le seuil de 500 heures à 92%? Justifiez votre réponse par un test statistique + un graphique.
- c) (6 points) Pour obtenir une précision dans la prédiction de la durée de vie égale à ± 50 heures, quelle est la taille minimale de l'échantillon que vous devrez considérer?

Question n° 3 (20 points)

Le niveau (Y en m) a été mesuré en fonction du niveau d'ouverture (X en %). Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

| | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|--------|--------|
| X (%) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| Y (m) | 5,050 | 5,208 | 5,494 | 5,952 | 6,66 | 7,812 | 9,803 | 13,888 | 26,315 |

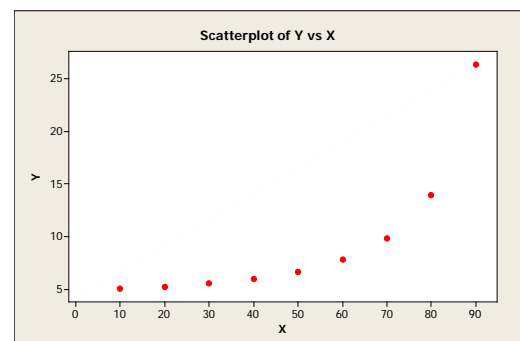
Le graphique est à titre indicatif.

On vous demande :

- a) (7 points) En considérant le modèle empirique :

$$Y = a_0 + \frac{a_1}{1 - \left(\frac{X}{100}\right)^{1.5}} + \varepsilon$$

Où ε est considéré comme un bruit gaussien avec une moyenne nulle. On vous demande d'estimer les paramètres a_0 et a_1 par la méthode des moindres carrés.



- b) (6 points) Est-ce que la valeur de a_0 est significative ou peut-elle être considérée comme "pratiquement" égale à zéro? Justifiez votre réponse.
- c) (3 points) Calculez le coefficient de corrélation linéaire (Coef. Pearson) entre les deux variables X et Y. Est-ce qu'il peut être considéré comme "significatif"? Justifiez votre réponse en considérant la taille de l'échantillon $n = 9$ et un seuil d'erreur $\alpha = 0.05$.
- d) (4 points) Répétez la question précédente, mais en considérant les deux variables X et Z, avec $Z = \frac{1}{1 - \left(\frac{X}{100}\right)^{1.5}}$.

Question n° 4 (10 points)

Le délai d'attente (en minutes) pour obtenir une réponse du support informatique dans une entreprise est distribué selon une loi exponentielle. Une étude historique a démontré que la **médiane** est égale à environ 30 minutes :

On vous demande :

- a) (4 points) D'écrire l'expression mathématique de la densité de probabilité régissant le temps d'attente.
- b) (2 points) Déterminez la probabilité que le délai soit inférieur à 10 minutes.
- c) (2 points) Déterminez la probabilité que le délai soit égal à 30 minutes.
- d) (2 points) Déterminez la probabilité que le délai soit supérieur à 5 minutes.

Question n° 5 (10 points)

Une recherche scientifique vise à démontrer un lien entre le fait de **fumer** et le taux du **cancer des poumons**. Une étude statistique a été effectuée sur 13420 personnes sur cinq ans. Les résultats ont été classés en deux catégories : non-fumeur (moins de 2 cigarettes/semaine) et fumeur. Les résultats sont :

| Profil | Absence de pathologie | Présence de pathologie | Total |
|------------|-----------------------|------------------------|-------|
| Non-fumeur | 10962 | 43 | 11005 |
| Fumeur | 1874 | 541 | 2415 |
| Total | 12836 | 584 | 13420 |

On vous demande :

- a) (5 points) On émet l'hypothèse que le taux de cancer des poumons est lié au fait de fumer. Formulez les hypothèses statistiques H_0 et H_a pour ce tableau de contingence.
- b) (5 points) Peut-on considérer comme vraisemblable l'hypothèse selon laquelle le fait de fumer est un risque pour le cancer des poumons. Justifiez votre réponse. Utilisez un seuil de 5% pour l'erreur TYPE I.

Question n° 6 (20 points)

X est une variable aléatoire qui peut être considéré comme normale avec une espérance unitaire ainsi qu'une variance unitaire $x \sim N(\mu_x = 1, \sigma_x^2 = 1)$. Y est une nouvelle variable définie comme:

$$Y = X^2 + 1$$

- a) (8 points) Calculer l'espérance et la variance de la nouvelle variable Y .
- b) (12 points) Un changement de variable a été effectué, tel que : $z = a(x-1)$, on vous demande de calculer l'espérance et la variance de la nouvelle variable :

$$U = Z^2 + 1$$

Fin du questionnaire