ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2015

Toute documentation permise Calculatrices : modèles autorisés seulement Durée de l'examen : 3 heures

14-AL-A3
MÉCANIQUE DES FLUIDES APPLIQUÉES

1) Utilisation du bilan de la quantité de mouvement pour un système isotherme: (40 points)

Comme jeune ingénieur prometteur, votre compagnie vous propose d'utiliser un nouveau système à courroies doubles pour vidanger un réservoir de résidus de sirop de maltose (voir schéma ci-dessous). Le système est constitué de deux larges courroies (largeur $= W$ (m)) espacées de 2δ (m) ($\delta \ll W$) et se déplaçant toutes les deux à la même vitesse V (m/s). On vous demande, à titre d'expert, d'analyser le système et de proposer, s'il y a lieu, des conditions optimales d'opération. Supposez que le sirop de maltose se comporte comme un fluide newtonien de viscosité μ (Pa.s) et de densité ρ (kg/m^3) et considérez uniquement l'écoulement sur une longueur L (m) de la portion inclinée des courroies. Considérez aussi que l'écoulement s'effectue à pression atmosphérique entre les deux courroies.

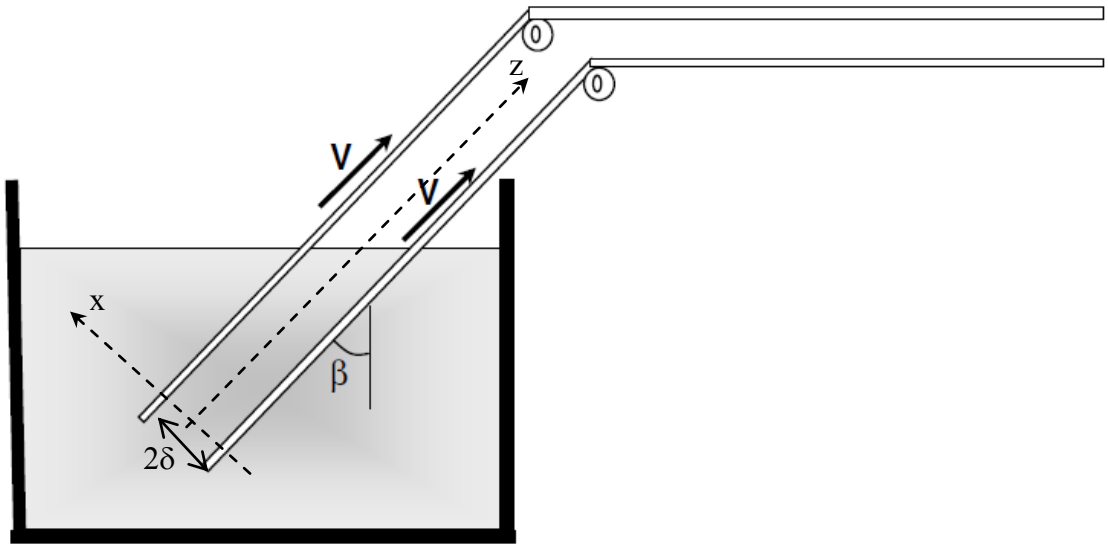
a) Posez clairement vos hypothèses de base nécessaires pour résoudre ce problème d'écoulement entre les deux courroies parallèles. **(4 points)**

b) Relevez les conditions frontières adéquates en respectant le système d'axes présenté sur le schéma. **(6points)**

c) Faites un bilan de la quantité de mouvement sur un élément de volume très mince de fluide (bien l'indiquer sur le schéma). En déduisez l'expression générale de la contrainte de cisaillement $\tau_{xz}(x)$. **(12 points)**

d) Obtenez le profil de la vitesse d'écoulement $v_z(x)$ du sirop de maltose entre les courroies. **(9 points)**

e) Développez une expression pour le débit volumique de vidange Q (m^3/s) et déterminez la valeur maximale de δ (m) pour éviter un refoulement du sirop vers le réservoir. **(9 points)**



2. Facteur de friction et bilans macroscopiques de la quantité de mouvement et de l'énergie mécanique: (35 points)

Un grand réservoir d'eau (R_A) alimente une petite communauté. Une partie du système d'approvisionnement en eau est montrée sur le schéma ci-dessous. De l'eau ($\rho = 1000 kg/m^3$, $\mu = 1 \times 10^{-3} Pa \cdot s$) est pompée à la température ambiante à partir du réservoir R_A vers un réservoir de stockage (R_B) avant d'être envoyée au service de traitement pour la rendre potable. Le système a été conçu pour fournir 250 litres/seconde et tel que montré sur le schéma, il est composé de: **i)** 1520 m de conduite cylindrique lisse de 20cm de diamètre, **ii)** de 2 valves de type ''Gate valve'' qui, lorsque le système de pompage est en fonction, elles sont complètement ouvertes, **iii)** d'une pompe ayant une efficacité de 80%, et **iv)** de 4 coudes 90° et d'un coude 180°.

a) Vérifiez le régime d'écoulement dans le circuit (laminaire ou turbulent). **(6 points)**

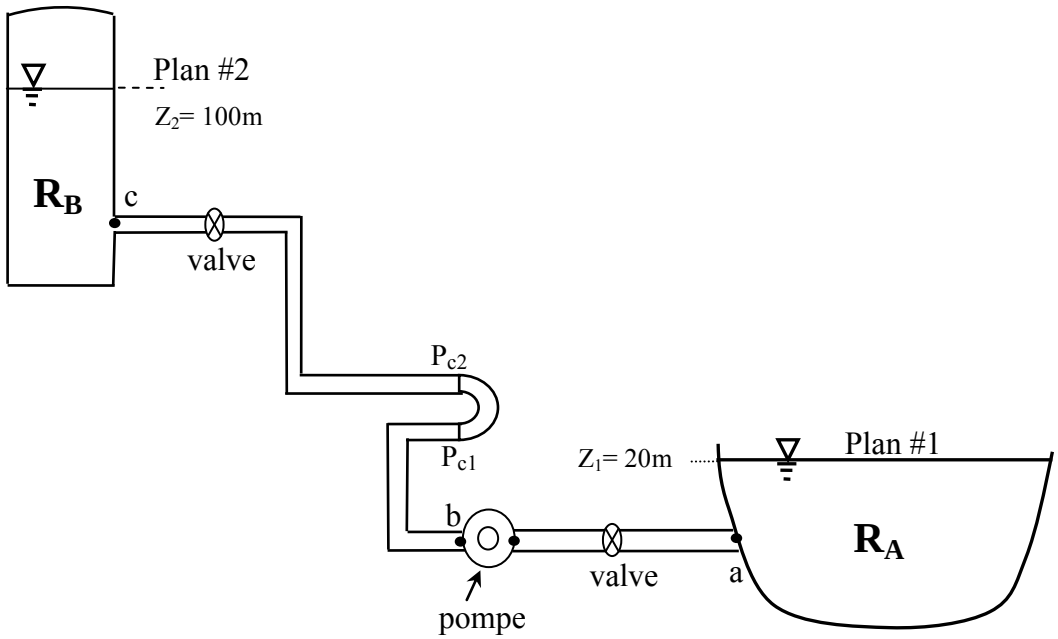
b) Si les pressions p_{c1} et p_{c2} en amont et en aval du coude 180° sont connues, trouvez l'expression de la force exercée par l'eau en écoulement sur ce coude en fonction de p_{c1} et p_{c2}. Quelle est sa direction? Négligez les forces de gravité. (**9 points**)

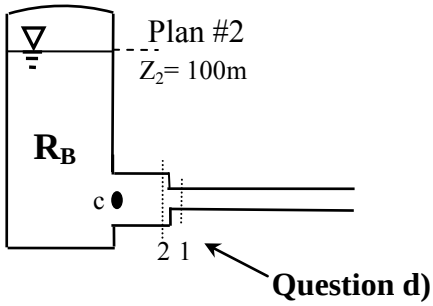
En prenant respectivement les plans #1 et #2 comme entrée et sortie du système et en considérant que le niveau d'eau dans les deux réservoirs est maintenu constant par rapport au niveau de la pompe (20m pour R_A et 100m pour R_B):

c) Calculez la puissance de pompage (kW) requise pour fournir un débit de 250 litres/seconde. **(12 points)**

d) On aimerait remplacer une portion de la conduite au niveau du réservoir R_B par une autre conduite dont le diamètre est égal à 30cm (voir le second schéma ci-dessous). Sachant que la variation de la pression, $\Delta p = (p_2 - p_1)$, associée à l'expansion brusque entre l'ancienne et la nouvelle portion de la conduite est égale à $\rho V_2 (V_1 - V_2)$, démontrez que la perte d'énergie par friction (par unité de masse) correspondante est donnée par la relation suivante:

$\widehat{E}_v = 1/2 \cdot V_2^2 \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2$ où β est le rapport entre les sections de la conduite de part et d'autre de l'expansion brusque ($\beta = 0.44$). **(8 points)**





3) Résolution d'un problème de barrage suite à une forte crue: (25 points)

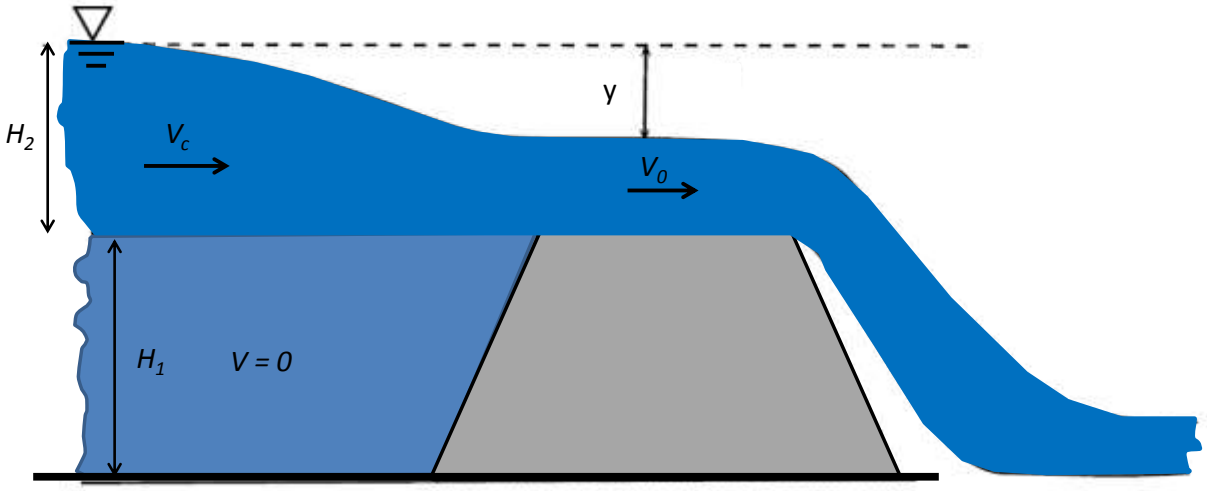
À la suite de fortes inondations, un barrage ayant une hauteur H_1 était sujet à une forte crue. Le niveau d'eau dans le barrage est brusquement monté et la hauteur d'eau est passée de H_1 à (H_1 + H_2), tel qu'illustré sur le schéma ci-dessous. Le courant d'eau en surplus est animé d'une vitesse V_c alors que l'eau contenue dans le barrage (du fond jusqu'à sa hauteur H_1) demeure au repos ($V = 0$ m/s). La vitesse de l'eau sur la crête a un profil uniforme et vaut V_0. Supposez que le barrage est assez large et que la ligne d'eau, située à une distante y (m) de la ligne de crête, demeure parallèle à cette dernière.

En appliquant le bilan macroscopique de l'énergie mécanique à la surface libre entre l'amont et le seuil du barrage et en supposant que la dénivellation y et la vitesse de la crue V_c (m/s) soient connues :

a) On vous demande de calculer le débit volumique Q (m^3/s) par unité de largeur de barrage. **(9 points)**

b) On vous demande de trouver la valeur de y pour laquelle le débit Q est maximal. **(8 points)**

c) Dans le cas où la vitesse V_c de la crue est négligeable, que vaut le débit Q par unité de largeur de barrage? **(8 points)**



Annexes

1. Bilan macroscopique de la quantité de mouvement:

$$\frac{dP_{tot}}{dt} = -\Delta\left(\frac{\langle \bar{v}^2 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle}\omega + pS\right)\underline{u} + \underline{F}_{s\to f} + m_{tot}\,\underline{g}$$

où ω est le débit massique, S est la section de la conduite, $\underline{u}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire à la section transversale de la conduite. Le terme $F_{s\to f}$ correspond à la force de friction exercée par la paroi sur le fluide en écoulement.

2. Bilan macroscopique de l'énergie mécanique (Bernouilli):

$$\Delta\left(\frac{1}{2}\frac{\langle \bar{v}^3 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle}\right) + g\Delta h + \int_1^2 \frac{1}{\rho}dp = \hat{W}_m - \hat{E}_v$$

où $\hat{W}_m$ est le travail par unité de masse effectué sur le fluide. Dans le cas d'un écoulement en régime turbulent, le terme $\hat{E}_v = \frac{1}{2}\langle \bar{v} \rangle^2 \frac{L}{R_h} f$ correspond aux pertes d'énergie par dissipation visqueuse (par unité de masse) le long des conduites rectilignes de section constante (R_h est le rayon hydraulique de la conduite). À travers les singularités, $\hat{E}_v = \frac{1}{2}\langle \bar{v} \rangle^2 e_v$ où e_v est un facteur de perte par friction :

- Coudes 90°: $e_{v,90^\circ} = 0.5$.
- Coude 180°: $e_{v,180^\circ} = 0.8$.
- Contraction brusque: $e_v = 0.45(1-\beta)$ où $\beta = (S_{petite} / S_{grande})$.
- Expansion brusque: $e_v = (\beta - 1)^2$ ou $e_v = \left(\frac{1}{\beta} - 1\right)^2$.
- Valve ouverte "Open gate valve": $e_v = 0.2$.

3. Diagramme de Moody:

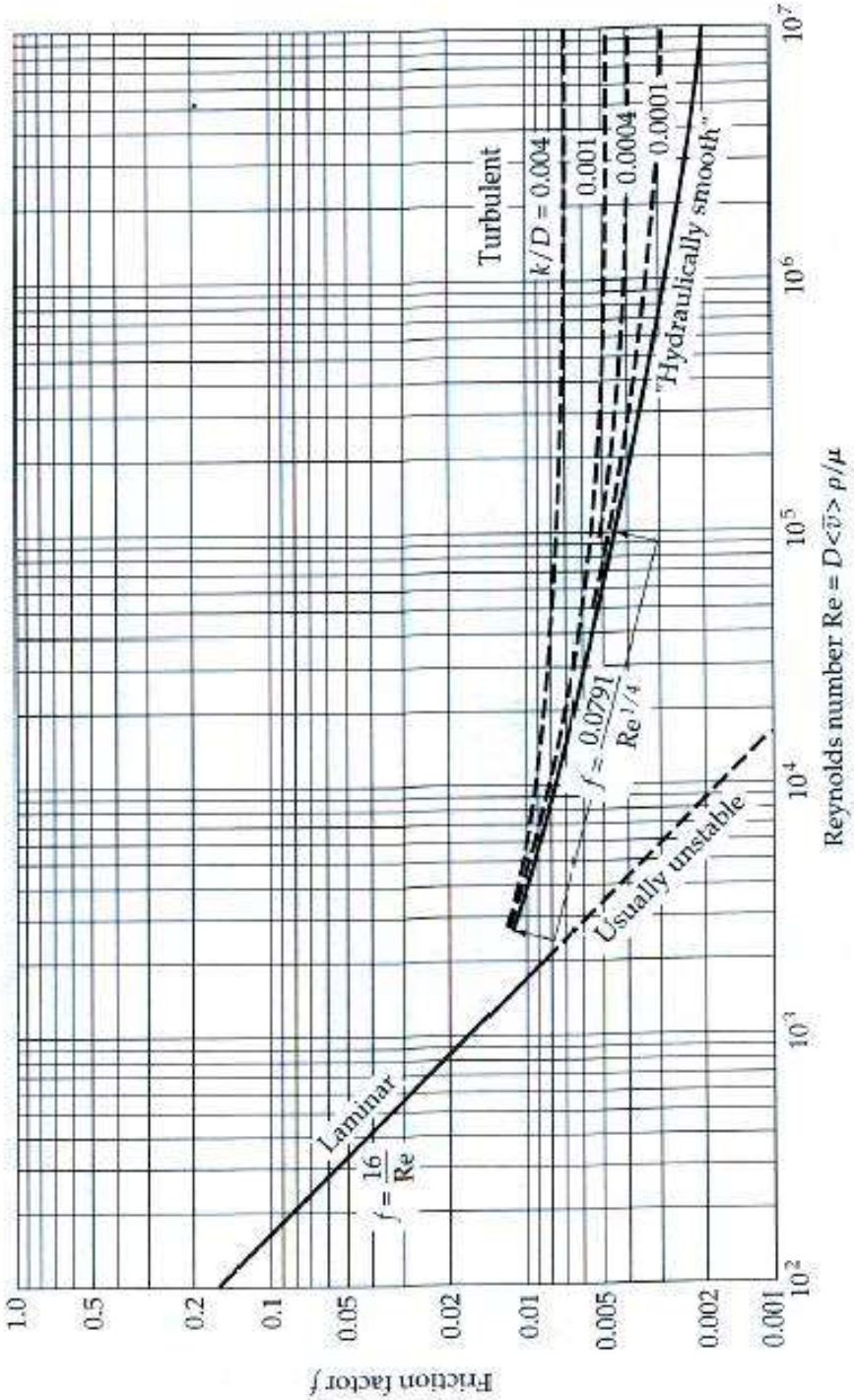


Fig. 6.2-2. Friction factor for tube flow (see definition of f in Eqs. 6.1-2 and 6.1-3. [Curves of L. F. Moody, *Trans. ASME*, **66**, 671–684 (1944) as presented in W. L. McCabe and J. C. Smith, *Unit Operations of Chemical Engineering*, McGraw-Hill, New York (1954).]