

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2018

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

14-AE-A2
MÉCANIQUE DES FLUIDES APPLIQUÉES

1) Fluides newtoniens et non-newtoniens: (20 points)

a) Pour chacun des fluides ci-dessous, dites s'il est considéré comme fluide newtoniens, fluide à seuil, fluide rhéo-épaississant ou rhéo-fluidifiant: **(5 points)**

i) Huile de cuisson; ii) Jello; iii) Mayonnaise; iv) Lait 2%; et v) Peinture au Latex.

b) Du toluène, à la température ambiante, est contenu entre deux plaques parallèles distantes de 10 mm et ayant chacune une surface de 5 m^2 . La plaque supérieure est déplacée à une vitesse de 0.3 m/s par une force de 0.83 N. La plaque du bas se déplace dans la direction opposée à une vitesse de 0.1 m/s.

On vous demande de calculer la viscosité du toluène. **(8 points)**

c) Quel est l'état d'un fluide à une température réduite $T_r = \frac{T}{T_c} > 1$? (T_c est la température critique du fluide). **(4 points)**

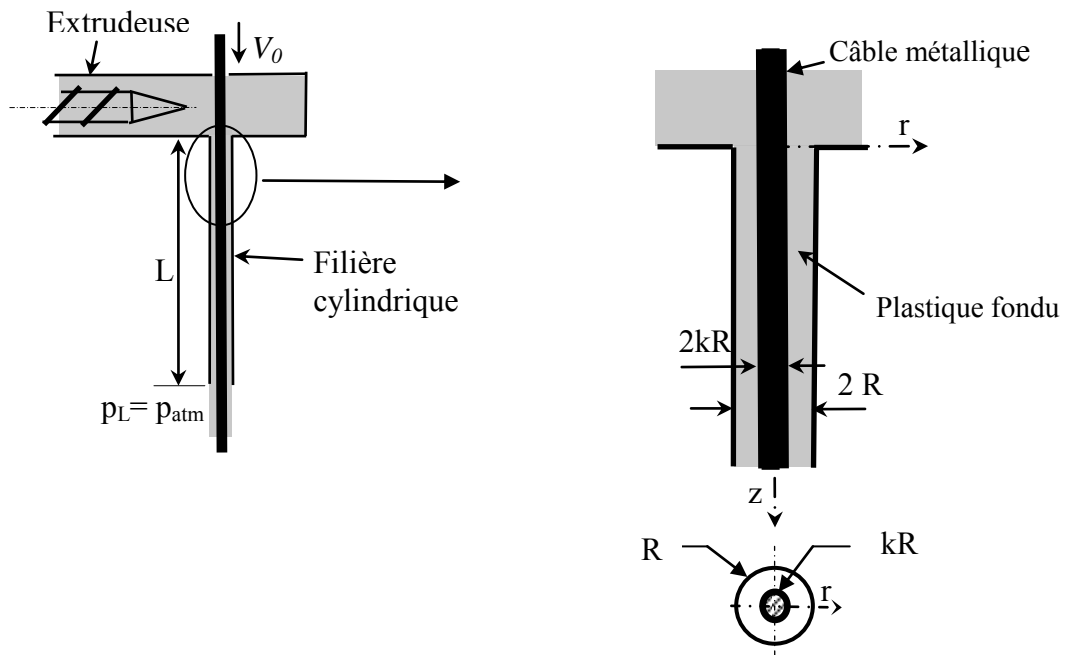
Si cette température est maintenue constante, que deviendrait l'état du fluide s'il serait soumis à une pression supérieure à sa pression critique p_c ? **(3 points)**

2) Gainage d'un câble: (30 points)

Afin de protéger un câblage en acier contre la corrosion, ce dernier doit être recouvert d'une couche mince de plastique fournie à l'état fondu par une extrudeuse. Le procédé consiste à faire passer le câble à une vitesse constante V_0 à travers une filière de forme cylindrique (longueur: L ; rayon: R) placée au bout de l'extrudeuse, tel qu'illustré par le schéma ci-dessous. La pression imposée à l'entrée de la filière est égale à $p_0 > p_{atm}$ alors que celle à la sortie est égale à p_{atm} (pression atmosphérique).

On peut considérer que l'écoulement du plastique fondu à l'intérieur de la filière est isotherme que son comportement est newtonien (viscosité dynamique μ constante).

- Relevez les deux conditions frontières requises (aux 2 interfaces polymère/câble et polymère/filière) et simplifiez l'équation de continuité et les composantes de l'équation de Navier-Stokes présentées en annexe. (10 points)
- Obtenez l'expression du profil de la vitesse du plastique entre le câble et la paroi de la filière. Faites un schéma approximatif de ce profil de vitesse. (12 points)
- Calculez la force totale exercée sur le câble le long de la filière nécessaire pour le faire déplacer à la vitesse constante V_0 . (8 points)



3) Transfert de fluide entre deux réservoirs: (30 points)

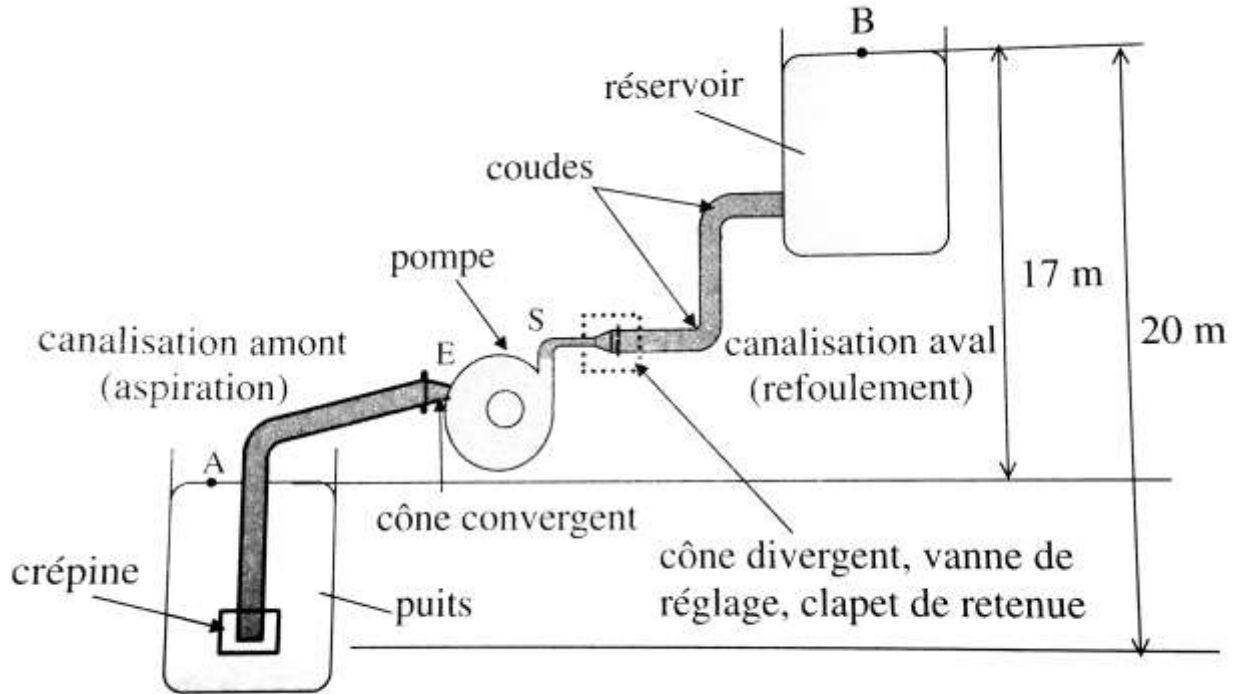
L'irrigation d'un domaine exige en débit d'eau (masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, viscosité dynamique $\mu = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) de 40 l/s et utilise une pompe centrifuge.

La conduite d'aspiration a un diamètre de 200 mm, une longueur totale de 8m et comprend i) une crépine avec clapet de pied (coefficient de pertes de charge singulières, $K = 3.5$); ii) un coude à 135° ($K = 0.15$); et iii) un cône de raccordement à la pompe ($K = 0.1$). La hauteur géométrique d'aspiration est de 3m.

La conduite de refoulement, de diamètre 175 mm et de longueur totale de 160 m, comprend : i) un cône divergent de raccordement à la pompe ($K = 0.25$); ii) une vanne de réglage ouverte ($K = 0.2$); iii) trois coudes à 90° ($K = 0.2$); iv) un clapet de retenue ($K = 1.5$); et v) un débouché dans le réservoir supérieur ($K = 0.5$). La hauteur géométrique totale d'élévation est de 17 m.

Toutes les conduites sont en acier galvanisé de rugosité absolue $\varepsilon = 0.15 \text{ mm}$.

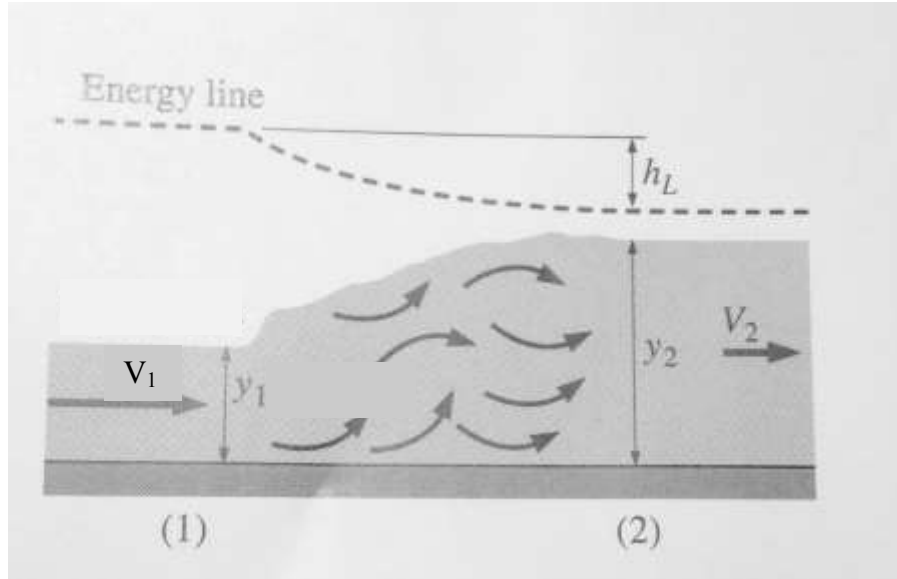
- a) En appliquant l'équation de Bernouilli entre la surface libre du puit (A) et la surface libre du réservoir (B), calculez la hauteur nette, H_n (m), que doit fournir la pompe pour maintenir un débit constant de 40l/s. **(13 points)**
- b) En appliquant l'équation de Bernouilli entre les points A et E puis entre les points S et B, calculez les pressions effectives en termes de hauteur à l'entrée (point E) et à la sortie (point S) de la pompe. **(12 points)**
- c) Cette pompe est entraînée par un moteur électrique fournissant 12 kW. Quel est le rendement de la pompe? **(5 points)**



4) Ressaut hydraulique lors de l'écoulement d'eau à travers un canal rectangulaire: (20 points)

En vous référant au schéma ci-dessous et en prenant la largeur du canal comme unité, utilisez les équations de continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour :

- a) Calculer la vitesse V_2 et la profondeur y_2 après le ressaut hydraulique en fonction des conditions à l'amont du canal de section rectangulaire. **(12 points)**
- b) En déduire la hauteur de perte de charge h_L due au ressaut. **(8 points)**



ANNEXES

1. Loi généralisée de Newton :

Pour un fluide newtonien incompressible, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$

Cylindrical coordinates (r, θ, z):

$$\tau_{rr} = -\mu \left[2 \frac{\partial v_r}{\partial r} \right] + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (\text{B.1-8})^a$$

$$\tau_{\theta\theta} = -\mu \left[2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) \right] + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (\text{B.1-9})^a$$

$$\tau_{zz} = -\mu \left[2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (\text{B.1-10})^a$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \quad (\text{B.1-11})$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{z\theta} = -\mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] \quad (\text{B.1-12})$$

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = -\mu \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] \quad (\text{B.1-13})$$

in which

$$(\nabla \cdot \mathbf{v}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (\text{B.1-14})$$

2. Équation de continuité:

Cartesian coordinates (x, y, z) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (\text{B.4-1})$$

Cylindrical coordinates (r, θ, z) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (\text{B.4-2})$$

Spherical coordinates (r, θ, ϕ) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho v_\phi) = 0 \quad (\text{B.4-3})$$

3. Composantes de l'équation de Navier-Stokes:

$$[\rho D\mathbf{v}/Dt = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g}]$$

Cylindrical coordinates (r, θ, z) :

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] + \rho g_r \quad (\text{B.6-4})$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] + \rho g_\theta \quad (\text{B.6-5})$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (\text{B.6-6})$$

4. Diagramme de Moody:

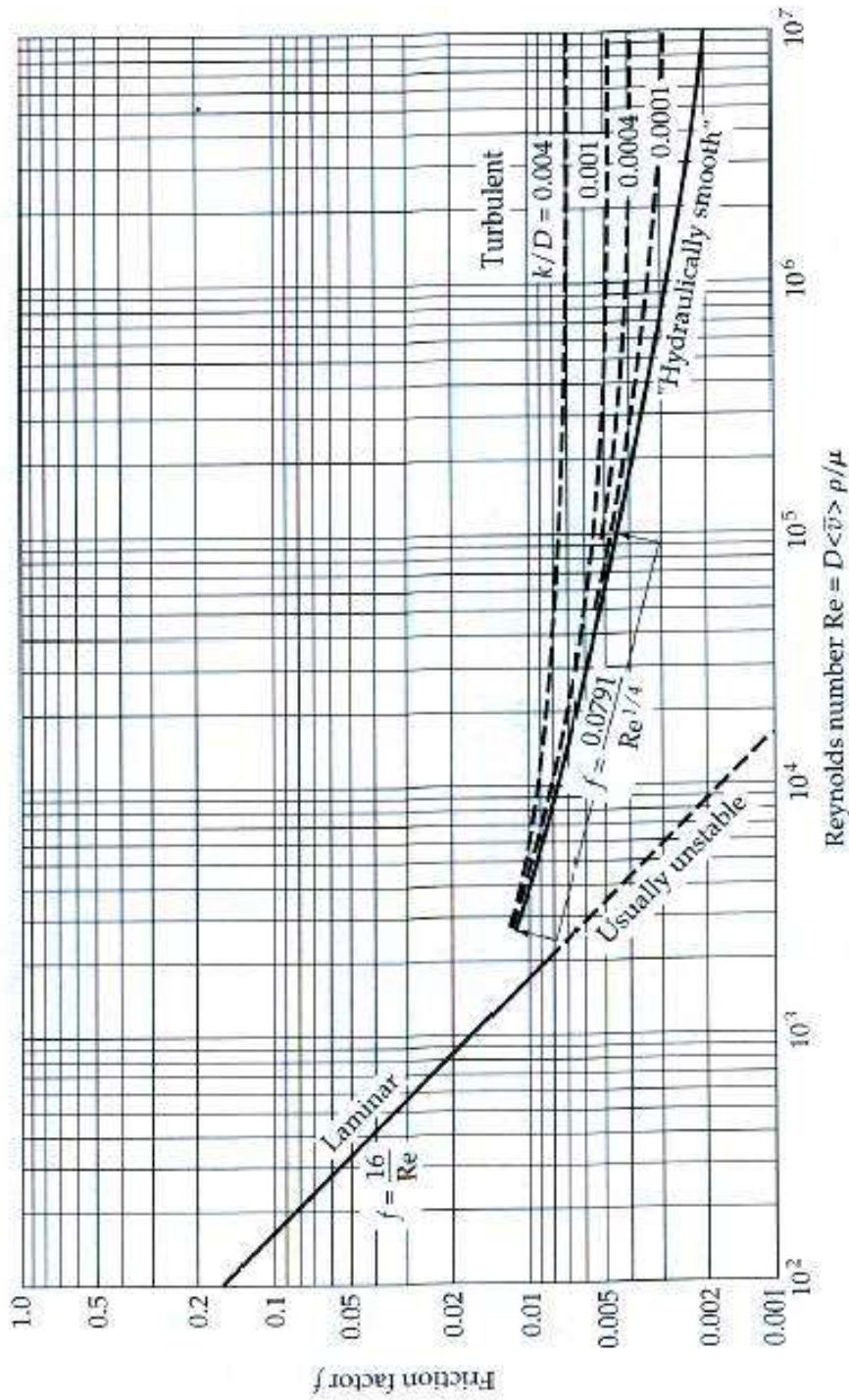


Fig. 6.2-2. Friction factor for tube flow (see definition of f in Eqs. 6.1-2 and 6.1-3. [Curves of L. F. Moody, *Trans. ASME*, **66**, 671-684 (1944) as presented in W. L. McCabe and J. C. Smith, *Unit Operations of Chemical Engineering*, McGraw-Hill, New York (1954).]