

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2026

Note au sujet de la propriété intellectuelle de l'examen de l'Ordre des ingénieurs du Québec (« l'Ordre »)

Cet examen est la propriété exclusive de l'Ordre et son utilisation est strictement limitée à des fins académiques et personnelles. Toute reproduction, distribution ou utilisation commerciale non autorisée de cet examen constitue une violation de la propriété intellectuelle de l'Ordre et est strictement interdite. L'Ordre se réserve le droit de prendre toutes les mesures légales appropriées contre toute utilisation non autorisée de son examen.

Toute documentation permise

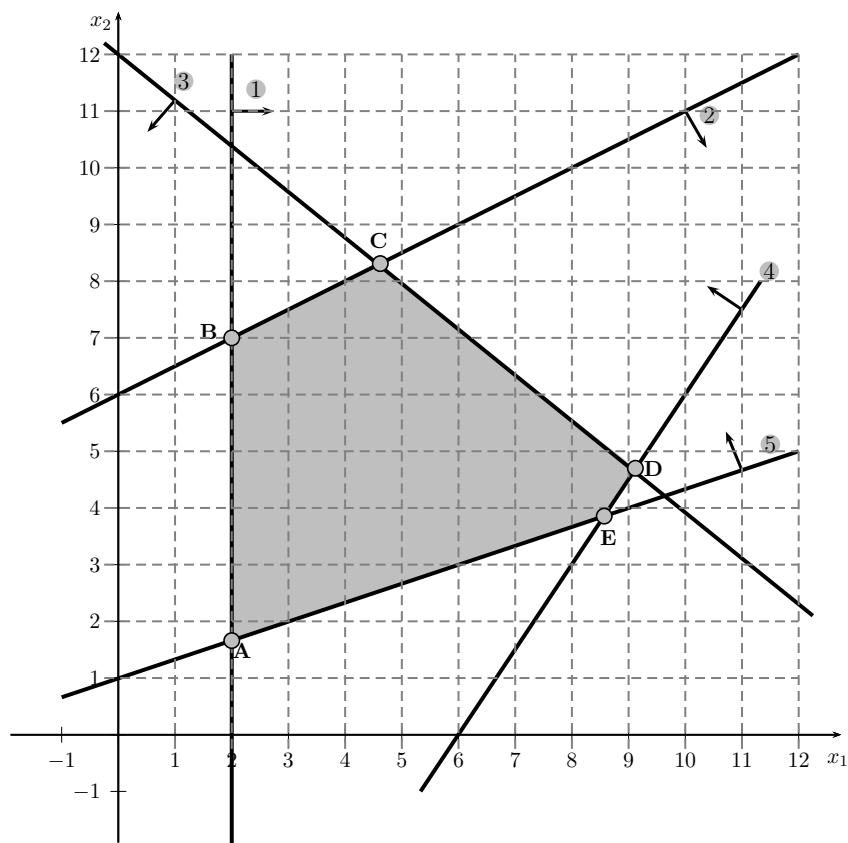
Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

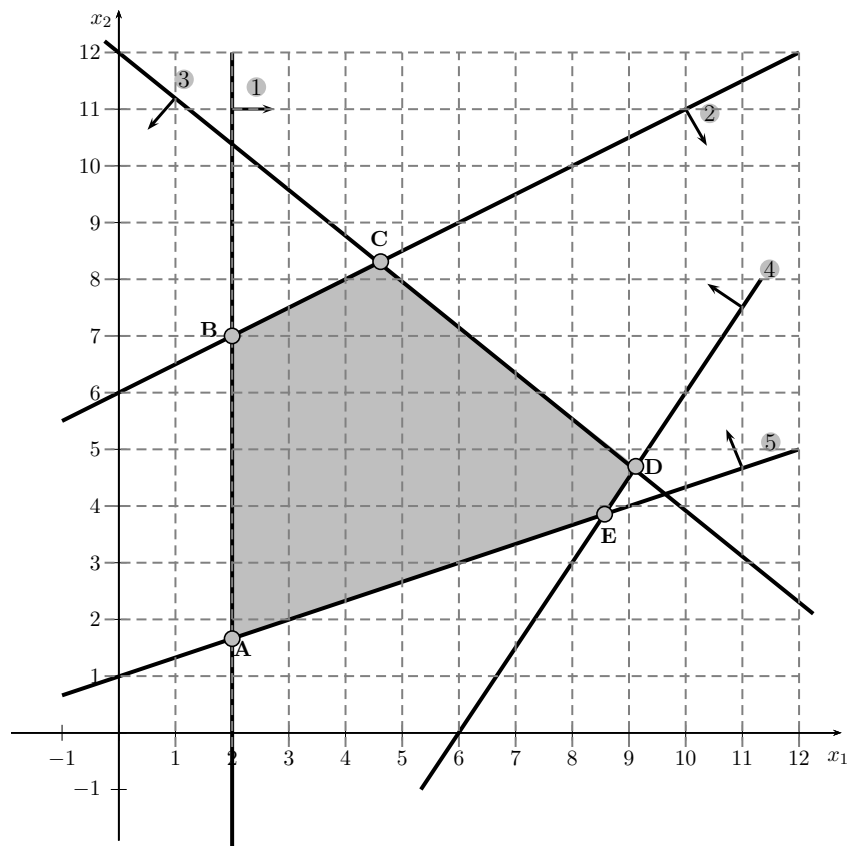
23-IN-A1 Recherche opérationnelle

Question no 1 (20 points)

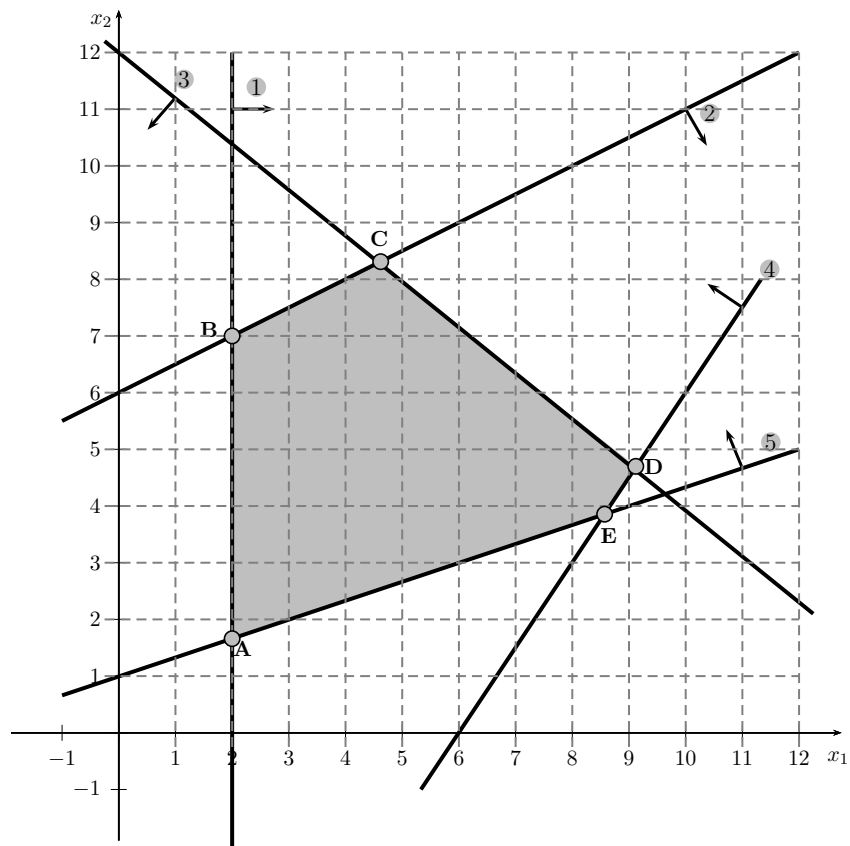
Soit un programme linéaire dont le domaine des solutions admissibles est représenté sur la figure suivante.

**(a) (6 points)**

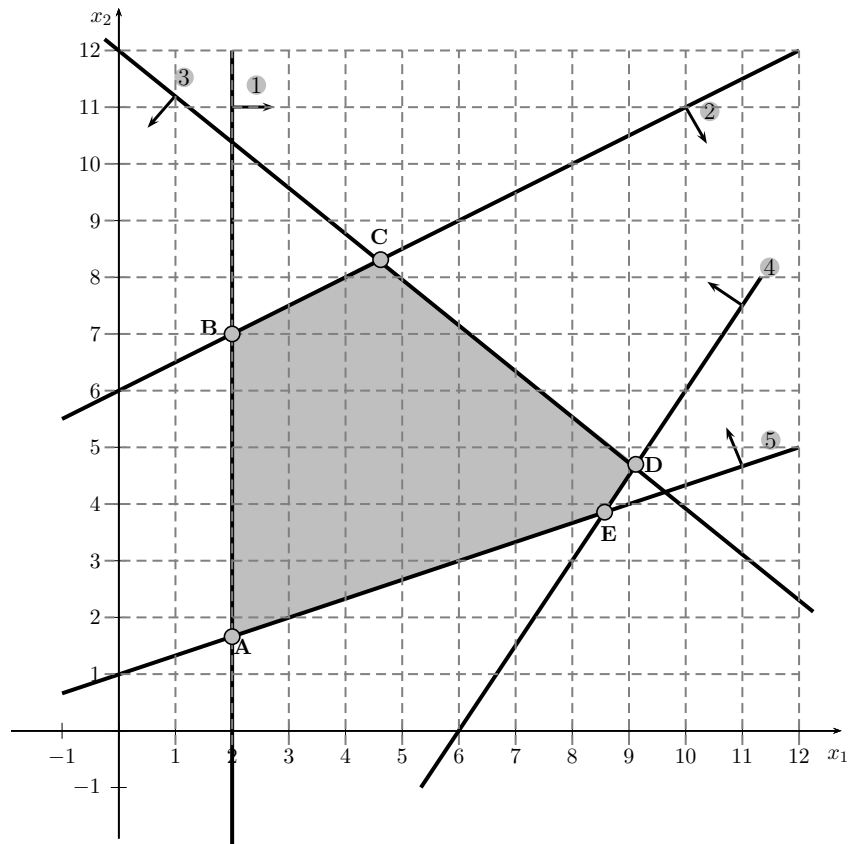
Donnez toutes les contraintes associées à ce domaine des solutions admissibles.

**(b) (4 points)**

Si la fonction objectif de ce programme linéaire est $\min Z = 2x_1 + x_2$, quelle est la solution optimale?
 Donnez la valeur exacte des variables et la valeur de Z en utilisant les équations des contraintes actives ?

**(c) (6 points)**

Si la fonction objectif du programme linéaire est $\max Z = kx_1 + 2x_2$, quelle(s) valeur(s) doit-on donner au paramètre k pour que le point D de la figure soit la solution optimale unique de ce programme linéaire.

**(d) (4 points)**

Si la fonction-objectif de ce programme linéaire est $\max Z = 2x_1 + x_2$, et que x_1 et x_2 sont définies comme des variables entières, quelle est la solution optimale de ce programme linéaire en nombres entiers ? Justifiez votre réponse.

Question no 2 (16 points)

Une entreprise doit fabriquer 4 types de nourriture pour chien : P_1 , P_2 , P_3 et P_4 . Chaque produit est composé de trois aliments : A_1 , A_2 et A_3 . Le produit P_1 doit être composé d'au moins 50% de A_1 . De plus, la somme de A_1 et A_3 ne doit pas dépasser 80% de la quantité totale du produit P_1 . Dans le produit P_2 , la quantité de A_2 doit être au moins deux fois plus grande que celle de A_3 . De plus, P_2 doit contenir au moins 30% de A_2 . Dans le produit P_3 , la quantité de A_1 doit être inférieure à 20% de la somme des quantités de A_2 et A_3 . Finalement, le produit P_4 doit contenir des parts égales de A_1 et A_3 .

Le tableau suivant indique le coût d'achat (\$/kg) des trois aliments ainsi que la quantité (en kg) disponible pour chacun d'eux.

Aliment	Coût (\$/kg)	Quantité (kg)
A_1	4,75	15000
A_2	5,25	18000
A_3	6,00	23000

Le prix de vente des produits P_1 , P_2 , P_3 et P_4 est 25\$/kg, 32\$/kg, 28\$/kg et 34\$/kg, respectivement.

(a) (10 points)

Si on émet l'hypothèse que tous les kg des produits fabriqués seront vendus, élaborer un modèle de programmation linéaire qui permettra de maximiser les profits de l'entreprise. Définissez clairement vos variables.

(b) (3 points)

Si la quantité de P_1 produite est supérieure ou égale à 8000 kg, alors il faut interdire de produire plus de 5000 kg de P_3 . Comment doit-on modifier le modèle présenté en (a) afin de tenir compte de cette nouvelle contrainte?

(c) (3 points)

Remarque: Cette sous-question est indépendante des sous-questions (a) et (b).

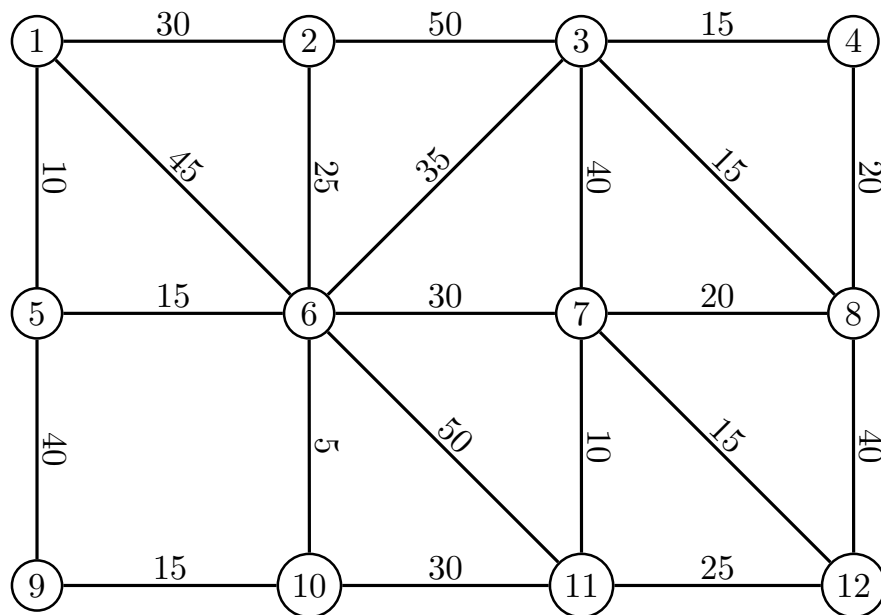
Soit y_A , y_B , y_C , y_D et y_E cinq variables binaires représentant cinq événements notés A , B , C , D et E . Si les événements A et B se produisent mais que l'événement C ne se produit pas, alors les événements D et E doivent se produire. En utilisant les variables binaires, indiquez la ou les contraintes qui permettraient de modéliser cette situation.

(b) (2 points)

Est-ce que le programme linéaire admet plus d'une solution optimale ? Justifiez votre réponse.

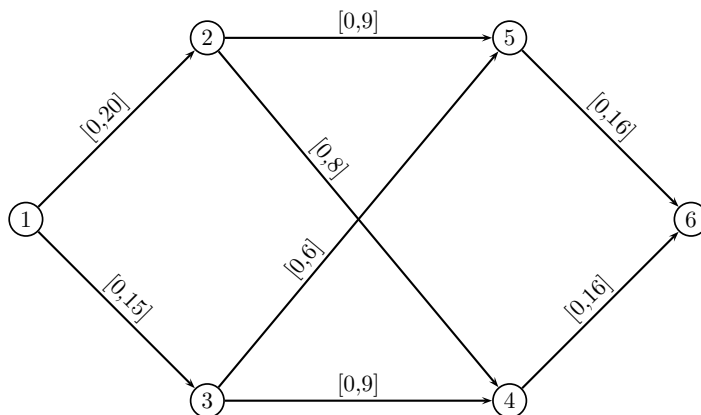
Question no 5 (10 points)

Sur le graphe suivant, la valeur au-dessus de chaque arête indique la distance en km de celle-ci. Trouvez le plus court chemin entre le noeud 1 et tous les autres noeuds du graphe.



Question no 6 (10 points)

Sur le graphe suivant, l'étiquette $[0, U_{ij}]$ au-dessus de chaque arc indique la capacité minimale et la capacité maximale de flot pouvant circuler sur l'arc (i, j) . Trouvez le flot maximum pouvant circuler entre les noeuds 1 et 6. Sur le dernier graphe de la page 13, tracez la coupe de capacité minimale.



②

⑤

①

⑥

③

④

②

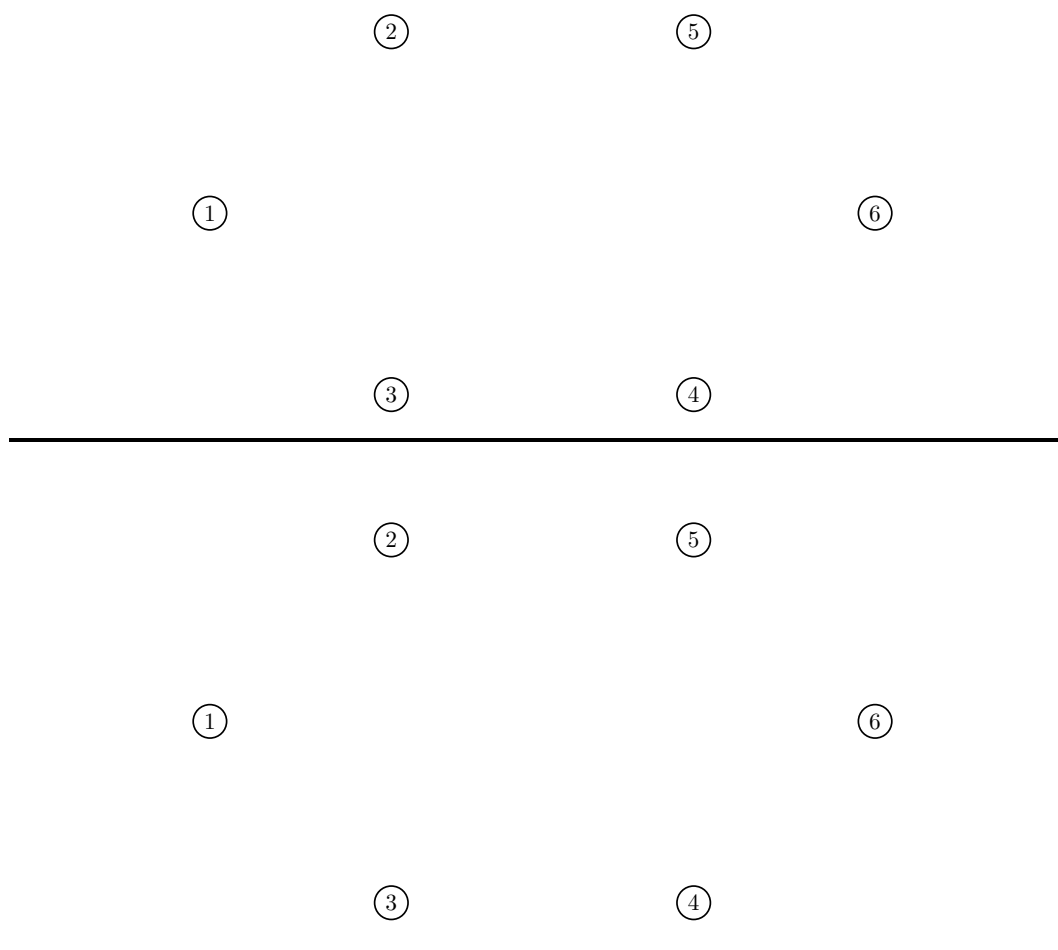
⑤

①

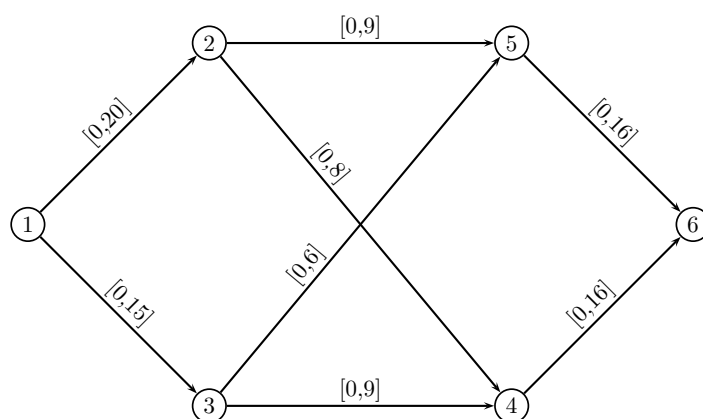
⑥

③

④



Coupe de capacité minimale.



Question no 7 (10 points)

Considérez le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = 6x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{sous les contraintes:} \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

(a) (5 points)

Écrivez la formulation duale de ce programme linéaire.

(b) (5 points)

Montrez que la valeur de la solution optimale du primal sera inférieure à 10.

Question no 8 (10 points)

Parmi les affirmations suivantes, encerclez celle ou celles qui sont vraies. Justifiez votre réponse.

- (a) Dans l'algorithme du simplexe, on doit faire une phase I seulement lorsqu'il y a des contraintes de type $Ax \geq b$.
- (b) Dans un problème de transport, si les offres et les demandes sont tous des entiers, alors toutes les valeurs des variables seront entières.
- (c) Dans l'algorithme du simplexe, on peut affirmer que le problème est non borné si au moins une variable en base prend la valeur 0.
- (d) Un problème d'affectation est un problème de transport pour lequel les offres et les demandes sont toutes égales à 1.
- (e) Si une contrainte est inactive ou libre (c.-à-d. qu'elle n'est pas satisfaite à égalité) dans la solution optimale du primale, alors on peut affirmer que la variable duale associée à cette contrainte sera nulle.