

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2014

Toute documentation permise. Calculatrices : modèles autorisés seulement.

Pour chaque question, définissez les événements, les variables aléatoires ou indiquez la loi de probabilité ou le théorème qui s'applique.

Écrivez la formule algébrique qui s'applique, avant d'effectuer vos calculs avec des valeurs numériques.

Montrez tous les calculs numériques.

Faites référence au livre de base (ou tout autre document) sur lequel vous vous appuyez en indiquant l'auteur et la page.

L'examen comprend 5 questions, répondre à chacune. L'examen est sur un total de 100 points.

Durée de l'examen : 3 heures.

04-MB-2 – PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

Question 1 (total 20 points) – Les 2 tableaux qui suivent présentent les données d'accidents avec victimes (i.e. blessés ou décès) de la route sur une autoroute québécoise durant une année civile, selon le genre d'accident (tableau 1) et selon le nombre de victimes (tableau 2).

Tableau 1 - Accidents avec victimes selon le genre d'accident

Genre d'accident	Sans collision	Collision avec un véhicule seulement	Collision avec un animal seulement	Collision avec un animal et un véhicule	Collision avec une masse fixe
Nombre d'accidents	9	8	2	1	1
Événement	A	B	C	D	E

Tableau 2 - Accidents avec victimes selon le nombre de victimes

Nombre de victimes	1	2	3	4
Nombre d'accidents	12	5	3	1

- a) (3 points)** – Déterminez, à 2 décimales près, le pourcentage des accidents avec dommages corporels pour lesquels un véhicule a simplement capoté ou quitté l'autoroute sans qu'il y ait eu contact avec une masse quelconque.
- b) (4 points)** – Déterminez la probabilité, pour les mois d'avril à octobre inclusivement de l'année suivant celle pour laquelle ces statistiques ont été établies, qu'il y ait moins de 3 victimes de la route durant cette période de 6 mois. Quelle(s) supposition(s) faut-il faire pour assurer la validité de votre réponse ?
- c) (5 points)** – A partir du tableau 1, utilisez un diagramme de Venn pour illustrer les accidents avec collision.
- d) (4 points)** – Pour la question c), les événements B, C, D et E sont-ils mutuellement exclusifs? Justifiez.
- e) (4 points)** – Si un accident (événement X) se produit durant une année, calculez la probabilité qu'il implique un animal.

Question 2 (total 20 points)

- a) (6 points)** – La réception d'une entreprise prend connaissance du contenu d'une livraison. Il s'agit d'une boîte contenant un total de 48 objets de 4 types différents (rond, carré, rectangulaire, triangulaire) ; chaque type ayant le même nombre soit 12 chacun. A la réception on prélève 12 objets au hasard dans cette boîte. Calculez la probabilité qu'il y ait 3 objets carrés dans ce prélèvement.
- b) (7 points)** – Un système électronique comprend 8 composants identiques qui fonctionnent indépendamment. On sait que le système fonctionne si au moins 6 composants fonctionnent. La probabilité qu'un ou l'autre des composants fonctionne est de 60%. Calculez la probabilité que le système fonctionne.

c) (7 points) – Dans une entreprise qui fabrique des vis, on sait que 2% de celles-ci sont défectueuses. Les défectueuses apparaissent aléatoirement sur la chaîne de production. Les vis sont emballées à raison de 100 par boîte. **i)** Justifiez que la loi de Poisson s'applique. **ii)** Utilisant la loi de Poisson, calculez la probabilité que moins de 3 vis soient défectueuses dans une boîte.

Question 3 (total 20 points)

a) (5 points) – Sur un chantier de construction, le retard pour compléter un projet en raison de la mauvaise température est une variable aléatoire uniforme entre -2 et 12 semaines (un retard de -2 semaines signifie que le projet se termine 2 semaines en avance). **i)** Calculez la probabilité que le retard soit entre -2 et 9 semaines. **ii)** Calculez le coefficient de variation du retard.

b) (8 points) – La production d'un matériau flottant sur l'eau est une variable aléatoire gaussienne (normale) ayant une densité moyenne de 0.88 et un écart-type de 0.002 . Calculez la valeur de la densité qui correspond au 90^{e} centile.

c) (7 points) – Un camion doit transporter 21 poutres vers un site de construction. Le poids des poutres est approximativement normal avec une moyenne de 98 kg et un écart-type de 4 kg. On suppose que la charge due aux poutres dans le camion est une variable aléatoire continue. Si la capacité pondérale du camion est de 2100 kg, calculez la probabilité que la charge des 21 poutres dépasse la capacité du camion.

Question 4 (total 20 points)

a) (8 points) – Sur une nouvelle unité de production on compte le nombre de défauts à la fin de chaque journée de travail. A la fin d'une semaine de 5 jours on a le nombre de défauts suivants : 5 ; 7 ; 6 ; 6 ; 5. Calculez un intervalle de confiance de 98% du nombre moyen de défauts dans cette semaine.

b) (12 points) – Une entreprise qui assemble des ordinateurs s'approvisionne en circuits intégrés (ou chips) provenant de 2 fournisseurs, dénotés A et B. Deux échantillons aléatoires sont prélevés de ces fournisseurs et on obtient les résultats suivants : 12 défectueux parmi 500 chips provenant du fournisseur A ; 20 défectueux parmi 600 chips provenant du fournisseur B. Testez l'hypothèse statistique suivante : le fournisseur A produit une plus petite proportion de défectueux que le fournisseur B.

Question 5 (total 20 points) – Un essai est effectué pour déterminer la dureté d'un acier en fonction de son contenu en carbone. Les résultats sont :

Dureté	76	78	80	86
Carbone	0.21	0.24	0.28	0.33

a) (7 points) – Calculez les coefficients a et b de la droite de régression $Y = a + bX$, où Y est la variable dépendante et X la variable indépendante. Interprétez les résultats obtenus.

b) (7 points) – Calculez le coefficient de détermination et indiquez la signification du résultat.

c) (6 points) – Effectuez une analyse de variance pour déterminer si la régression est significative.