

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC
SESSION DE NOVEMBRE 2022

Toute documentation permise
Calculatrices: modèles autorisés seulement
Durée de l'examen: 3 heures

20-MB-A2 / PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

Question 1 (20 points)

Un fabricant prépare des pellicules de protection pour les écrans des téléphones portables. Il sait qu'il existe seulement trois longueurs pour la diagonale des écrans : 10 cm, 13 cm et 15 cm. Une étude de marché indique ce qui suit au fabricant:

- 30% des écrans mesurent 10cm;
- 50% des écrans mesurent 15cm;
- 30% des écrans de 10 cm sont protégés par des pellicules de protection;
- 25% des écrans de 13 cm sont protégés par des pellicules de protection;
- 40% des écrans de 15 cm sont protégés par des pellicules de protection.

(a) (10 points) Si on choisit un téléphone au hasard parmi tous les téléphones de la population, quelle est la probabilité que l'écran de celui-ci soit protégé par une pellicule de protection?

(b) (10 points) On sait qu'une personne choisie au hasard a une protection d'écran sur son téléphone. Quelle est la probabilité que cette personne possède un téléphone avec un écran de 15 cm?

Question 2 (11 points)

Après un certain nombre de tours pendant une partie de *Scrabble*, il ne reste que les 15 lettres suivantes dans le sac:

$$\{a, e, i, g, h, l, n, o, p, t, t, v, w, x\}.$$

C'est au tour d'Eva de piger 4 lettres. Quelle est la probabilité que parmi les 4 lettres qu'elle pige, elle pige les lettres qui forment son prénom (peu importe l'ordre)?

Question 3 (24 points)

Une compagnie qui produit des composants électroniques sait que le poids des composants en question suit une loi normale de moyenne $\mu = 0,015$ kg et de variance $\sigma^2 = 0,004$ kg². La compagnie doit envoyer 100'000 composants par camion. Une compagnie de transport lui charge 1500\$ si le poids total des composants à envoyer est inférieur à 1530 kg ou 2000\$ si le poids est supérieur ou égal à 1530 kg. On suppose que le poids des 100'000 composants est indépendant.

(a) (20 points) Quelle est l'espérance du prix que le producteur devra payer pour le transport avec cette compagnie?

(b) (4 points) Quelle est la médiane théorique du poids total de ces 100'000 composants?

Question 4 (32 points)

Dans une manufacture, on considère que X , la variable aléatoire représentant le temps nécessaire pour fabriquer un clavier (en minutes), suit une loi normale de moyenne μ et de variance connue $\sigma^2 = 9$ minutes². On désire faire un test d'hypothèse au seuil $\alpha = 5\%$, avec les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \mu = 8$$

$$H_1 : \mu > 8$$

On sélectionne au hasard un échantillon de 121 claviers. Le temps total pour fabriquer ceux-ci est de 1028,5 minutes.

- (a) (10 points) Quel est le seuil observé du test? (Le seuil observé est la valeur p du test.)
- (b) (5 points) Quelle est la conclusion du test d'hypothèses?
- (c) (12 points) Calculez un intervalle de confiance pour μ au niveau de confiance 95%.
- (d) (5 points) Si à la place on mentionnait que la variance σ^2 est inconnue, quel serait l'impact sur le calcul effectué en (a)? Ici, on ne veut pas de calculs, mais une explication.

Question 5 (13 points)

Supposons un modèle de régression linéaire

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$$

pour $i = 1, \dots, n$ et où $\epsilon_i \sim \mathcal{U}[-a, a]$, c'est-à-dire une loi uniforme sur $[-a, a]$.

- (a) (9 points) Donnez $E(Y_i)$ et $Var(Y_i)$.
- (b) (4 points) Quelle est la loi de Y_i ?