

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2014

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

04-MB-2
PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

L'examen comprend 5 questions. Répondre à chacune. Total sur 100 points.

Question 1 (total 18 points) – Vous êtes ingénieur dans une usine de transformation de matières plastiques. Votre usine fabrique un grand nombre de produits différents. Dans cette usine, un catalyseur est utilisé dans la production de 60% des produits. Vous savez aussi que 45% des produits sont fabriqués à haute température. De plus, pour 30% des produits, la production est entièrement automatisée. On vous dit de plus que 30% des produits sont fabriqués à haute température et avec un catalyseur, et que 10% des produits sont fabriqués à haute température et avec production entièrement automatisée. Finalement, un catalyseur n'est jamais utilisé pour la fabrication des produits dont la production est entièrement automatisée.

On prend un produit au hasard parmi ceux fabriqués par cette usine. Soit les événements suivants :

- A : la fabrication du produit choisi est entièrement automatisée ;
- B : le produit choisi est fabriqué à haute température ;
- C : un catalyseur est employé dans la fabrication du produit choisi.

a) (8 points) -- Dites si chacun des énoncés I à IV ci-dessous est vrai ou faux. (Un point par bonne réponse.)

- I. Les événements A et B sont mutuellement exclusifs.
- II. Les événements A et C sont mutuellement exclusifs.
- III. Les événements B et C sont mutuellement exclusifs.
- IV. Les événements A et B sont indépendants.

b) (10 points) -- Une compagnie vous offre d'acheter tous vos produits dont la production est entièrement automatisée et pour laquelle on n'emploie pas de catalyseur ni de haute température. Quelle proportion de vos produits est concernée par cette offre ?

Suite page suivante

Question 2 (total 19 points) – Un système de suspension subit en moyenne 4 chocs sévères par heure d'utilisation. De fait on suppose que ces chocs sévères surviennent selon un processus de Poisson.

a) (6 points) – Quelles sont la moyenne et la variance du nombre de chocs sévères que subit ce système de suspension durant des périodes d'utilisation de 30 minutes ?

b) (7 points) – Quelle est la probabilité que ce système de suspension subira plus de 2 chocs sévères durant une période d'utilisation de 30 minutes ?

c) (6 points) – Quel est le premier quartile du temps d'attente entre deux chocs sévères ?

Question 3 (total 18 points) – On vous dit qu'un pont suspendu est constitué d'un très grand nombre de câbles dont les durées de vie (en décennies) sont indépendantes et identiquement distribuées selon la loi de Weibull ($\alpha=1/8$, $\beta=3$), dont la fonction de densité est donnée par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8} x^2 \exp(-x^3 / 8), & x > 0; \\ 0, & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

a) (8 points) – Quelle proportion des câbles de ce pont survivent moins d'une décennie ?

b) (10 points) – La firme ayant construit le pont offre une garantie par laquelle elle donne 2000\$ à la ville où le pont est construit pour chaque câble de ce pont dont la durée de vie est inférieure à une décennie. Si le pont compte 200 câbles, quelles sont l'espérance et l'écart-type du coût total de cette garantie ?

Question 4 (total 25 points) -- Vous travaillez pour une firme qui produit de la peinture pour les automobiles. Vous effectuez un test afin de savoir lequel des additifs A et B permet à la peinture de sécher le plus rapidement. Vous effectuez donc l'expérience suivante : vous tirez 12 échantillons de peinture, et vous ajoutez l'additif A à 6 d'entre eux et l'additif B aux 6 autres. Vous peignez ensuite 12 portières et notez le temps (en minutes) requis pour que la peinture sèche. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Additif	Temps de séchage (en minutes)						Moyenne (\bar{x})	Variance (s^2)
A	60	80	75	57	70	90	72	154
B	80	78	100	95	110	95	93	148

Il est raisonnable de croire que les deux échantillons sont des échantillons aléatoires tirés de deux populations normales

Suite page suivante.

a) (10 points) – Testez, au seuil de 5%, s'il est raisonnable de croire que les deux populations sont de même variance.

b) (15 points) – En supposant que les deux populations sont de même variance, testez au seuil de 5% si le temps moyen de séchage dans la population A est significativement inférieur au temps moyen de séchage dans la population B.

Question 5 (total 20 points) -- Vous êtes en charge de la conception d'une prothèse biomécanique qui pourra permettre aux skieurs, ayant subi de sérieux traumatismes à la partie inférieure de leur jambe gauche, de continuer à skier. Pour ce faire, vous devez avoir une excellente idée de l'épaisseur moyenne du tibia gauche chez les futurs acheteurs de cette prothèse. On peut supposer que les épaisseurs des tibias gauches (en mm) dans cette population sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de moyenne μ et de variance $\sigma^2 = 16$. Vous allez échantillonner 100 skieurs et mesurer l'épaisseur de leur tibia gauche. Vous obtenez $\bar{x} = 25$.

a) (6 points) – À un niveau de confiance de 95%, quel est votre marge d'erreur dans l'estimation de μ ?

b) (8 points) – Donnez un intervalle de confiance à 95% pour μ .

c) (6 points) – Vous auriez plutôt espéré une marge d'erreur de 0,25 dans l'estimation de μ . Quelle taille d'échantillon aurait été requise pour obtenir une telle marge d'erreur ?