

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC
SESSION DE MAI 2020

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures
L'examen comprend 5 questions, répondre à chacune.
Écrivez la formule algébrique qui s'applique, avant d'effectuer vos calculs avec des valeurs numériques. Montrez tous les calculs numériques.

04-MB-2 - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Question 1 (12 points)

Selon le Ministère des Forêts, de la Faune et des Parcs, 80% du bois récolté au Québec provient de forêts publiques, le reste de forêts privées. En 2013, on a récolté 17 millions de m^3 de résineux (sapin, épinette, pin, mélèze) en forêt publique, soit 82% du volume de bois public. On y a aussi récolté 7% de peupliers, et 11% d'autres essences.

En forêt privée, on a récolté 37% de résineux, et 16% de peupliers.

- (a) (6 points) Quel pourcentage du volume de bois récolté en 2013 au Québec est formé de peupliers?
- (b) (6 points) Un chargement de résineux québécois est intercepté à la frontière pour inspection aléatoire avant l'entrée aux États-Unis. Quelle est la probabilité que le bois provienne de la forêt publique?

Question 2 (25 points)

Les problèmes mineurs de plissage du papier dans une certaine imprimerie surviennent de façon aléatoire au taux de 2 feuilles par heure sur chaque machine lorsqu'elle fonctionne à plein régime. On considère que la loi de Poisson fournit un bon modèle pour la fréquence de plissage.

- (a) (7 points) Quelle est la probabilité que la prochaine feuille plissée sur la machine 1 survienne dans plus de deux heures?
- (b) (8 points) Quelle est la probabilité qu'au moins deux des 10 machines de la compagnie ne créent aucun plissage dans la prochaine heure? Considérez que les machines fonctionnent toutes à plein régime, et qu'elles sont indépendantes les unes des autres.
- (c) (10 points) Une commande typique de dépliant promotionnel requiert en moyenne 0,7 ml d'encre par page, avec un écart-type de 0,3 ml. Dans ces conditions, quelle est la probabilité approximative que la commande du dernier client (900 dépliants de 4 pages chacun) nécessite plus de 2,5 litres d'encre? (Utilisez le théorème limite central.)

Question 3 (23 points)

Une technique de vieillissement accéléré permet de tester la durée de conservation des aliments emballés sous vide. On mesure le temps avant oxydation de 25 produits choisis aléatoirement, et on obtient une durée moyenne de 88 jours, avec un écart-type de 15 jours. On présume que la loi normale est un bon modèle pour cette variable.

- (a) (8 points) Calculez un intervalle de confiance de niveau 99% pour la durée de vie moyenne des produits emballés sous vide soumis au vieillissement accéléré.
- (b) (8 points) On veut évaluer la proportion de produits qui subiront une altération de l'emballage. Si on veut une marge d'erreur maximale de 0,05 sur l'estimation de la proportion, en utilisant un niveau de confiance de 99%, combien de produits devrait-on soumettre au processus de vieillissement accéléré?
- (c) (7 points) La durée de vie réelle des produits réfrigérés (Y) est une fonction de la durée de vie en vieillissement accéléré (X) et de la température de conservation (T):

$$Y = 3X - 30T + 10$$

Considérant que la température moyenne des réfrigérateurs est de 4°C avec un écart-type de 2°C , et que les variables X et T sont indépendantes, donnez une estimation de la moyenne et de l'écart-type de la durée de vie réelle des produits échantillonnés.

Question 4 (20 points)

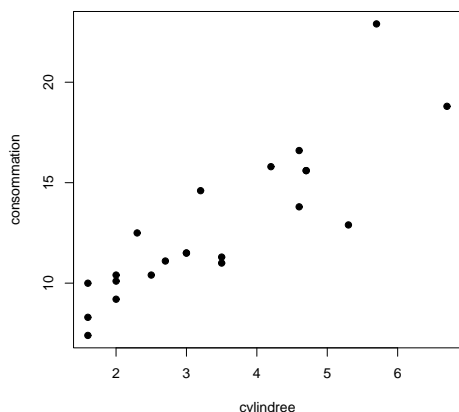
Une compagnie vend des poches de 20 kg de sel de déglacage. L'ingénieur responsable du contrôle de la qualité soupçonne que le poids varie trop d'un sac à l'autre, et que l'écart-type dépasserait même 0,9 kg, occasionnant des pertes à long terme pour l'entreprise. Il pèse 18 sacs choisis au hasard dans l'entrepôt, et obtient un poids moyen de 20,9 kg, avec un écart-type de 1,2 kg. On suppose que la loi normale est un bon modèle pour le poids des poches de sel.

- (a) (8 points) Effectuez un test d'hypothèses au seuil de 5% pour vérifier les soupçons de l'ingénieur.
- (b) (12 points) L'été, la même compagnie vend des poches de sable lavé, et utilise la même machine pour les remplir. L'ingénieur se demande si la machine met vraiment le même poids de sel que de sable dans les sacs. Il pèse 10 sacs de sable et obtient une moyenne de 20,2 kg, avec un écart-type de 1,1 kg. Y a-t-il une différence significative de moyennes entre les sacs de sel et les sacs de sable, au seuil de 5%? (On peut considérer que la variabilité théorique du poids des poches est similaire pour le sable et le sel.)

Question 5 (20 points)

Dans le *Guide de consommation de carburant* publié par le Ministère des Ressources naturelles du Canada, on retrouve des données sur la cylindrée (litres) et la consommation d'essence en ville (litres/100 km) de plusieurs modèles de véhicules.

Voici le graphique de 22 couples de mesures prises sur des voitures choisies au hasard, ainsi que quelques statistiques de cet échantillon.



$$\bar{x} = 3.41$$

$$\bar{y} = 12.79$$

$$\sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})^2 = 45.18$$

$$\sum_{i=1}^{22} (y_i - \bar{y})^2 = 282.25$$

$$\sum_{i=1}^{22} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 97.73$$

$$\text{Corrélation}(x, y) = 0.865$$

(a) (4 points) Quelle est l'équation de la droite de régression linéaire simple ajustée à ces 22 observations?

(b) (7 points) Complétez la table d'analyse de la variance ci-dessous et déterminez si la relation linéaire est significative au seuil de 1%.

Source de variation	Degrés de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F
Cylindrée	?	?	?	?
Erreur	?	?	3.541	
Total	?	?		

(c) (3 points) Quelle est la proportion de variabilité de la consommation d'essence expliquée par la cylindrée?

(d) (6 points) Considérons la Ford Focus, une voiture ayant une cylindrée de un écart-type sous la moyenne \bar{x} .

- Cette voiture a une cylindrée de _____ litre(s).
- Le modèle prédit que cette voiture ait une consommation d'essence de _____.
- La consommation d'essence prédite par le modèle sera à (combien?) _____ écart(s)-type(s) (au-dessus ou au-dessous?) _____ de la consommation moyenne.