

# ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2012

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

## 04-MB-1 MATHÉMATIQUES

**Question 1 (25 points).** Solutionner le système d'équations linéaires suivant

$$\begin{aligned}x - 2z &= 1 \\ -3x + y + 4z &= -3 \\ 2x - 3y + 4z &= 4\end{aligned}$$

en procédant selon les étapes suivantes :

**Étape 1 :** former une matrice augmentée qui puisse permettre d'obtenir simultanément la solution de ce système d'équations ainsi que la matrice inverse (**5 points**).

**Étape 2 :** obtenir la solution du système d'équations ainsi que la matrice inverse (**10 points**).

**Étape 3 :** à l'aide de la matrice inverse obtenue à l'étape 2, solutionner le système d'équations, ce qui permettra de vérifier si la matrice inverse est correcte (**5 points**).

**Étape 4 :** une controverse a éclaté entre **A** et **B** : **A** affirme que les vecteurs propres associés à la matrice des coefficients sont mutuellement perpendiculaires tandis que **B** affirme le contraire. Qui a raison et pourquoi ? **B** affirme que la somme des valeurs propres est égale à 6. A-t-il raison ou non et pourquoi ? (**5 points**)

**Question 2 (25 points).** Une poutre repose sur **2 appuis à rotule** et supporte une charge uniformément répartie de  $W_0$  par unité de longueur, comme le montre la Fig. associée à ce problème. Il s'agit de trouver la courbe de déflexion de cette poutre,  $Y(X)$ , **à l'aide des transformées de Laplace**. L'équation différentielle décrivant la déflexion est donnée par

$$\frac{d^4 Y}{dX^4} = \frac{W_0}{EI}$$

où les coordonnées  $X$  et  $Y$  sont définies sur la Fig. associée à cette question. Les conditions aux limites de ce problème sont les suivantes :

$$Y(0) = Y(L) = 0, \quad Y''(0) = Y''(L) = 0.$$

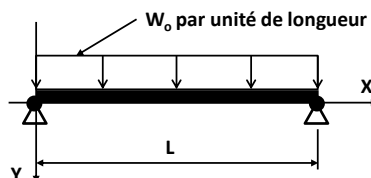


Fig. associée à la question 2

**Question 3 (24 points).** Pour les 3 séries suivantes, déterminer si elles convergent et trouver leur somme dans le cas où la réponse est positive.

- $3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \dots$  **(8 points)**
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$  **(8 points)**
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{e^n} + \frac{1}{n(n+1)} \right]$  **(8 points)**

**Question 4 (26 points).** Trouver les extremums (i.e. minimums et maximums) de la fonction

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2$$

sur le cercle (contrainte)

$$x^2 + y^2 = 1$$

à l'aide des multiplicateurs de Lagrange.

1. Formuler la fonction de Lagrange **(8 points)**
2. Solutionner et identifier les extremums **(18 points)**