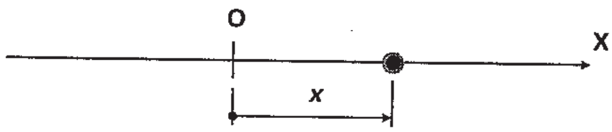
ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2011

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

04-MB-1 MATHÉMATIQUES

Question 1 (20 points). Une particule P de masse 2 se déplace sur l'axe X et est attirée vers l'origine par une force égale à $8x$. Si P est initialement au repos à $x = 10$, trouvez sa position à tout instant t subséquent en supposant qu'il n'y a aucune autre force qui agit. Solutionnez l'équation différentielle du mouvement à l'aide des transformées de Laplace.



Question 2 (20 points). Trouvez les valeurs (7 points) et vecteurs propres associés (7 points) à la matrice **A** suivante ainsi que son déterminant (3 points) :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

La matrice formée des vecteurs propres est-elle orthogonale ? Justifiez votre réponse (3 points).

Question 3 (20 points).
a) (10 points) La série suivante converge-t-elle ? Si oui, pour quelles valeurs de x ?

$$(x+1)+\frac{(x+1)^2}{\sqrt{2}}+\frac{(x+1)^3}{\sqrt{3}}+\frac{(x+1)^4}{\sqrt{4}}+\cdots$$

b) (10 points) Trouver la série $y(x)=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ qui satisfait aux conditions suivantes :

$$y(0)=1,\ y'(0)=1 \quad \text{et} \quad y''(x)+y(x)=0 \text{ pour tout } x$$

Question 4 (20 points). Une boîte a la forme d'un parallélépipède rectangulaire dont le volume est de 32 m^3. Quelles doivent être ses dimensions x, y et z pour que la surface totale soit un minimum (10 points). Le dessus de la boîte est ouvert. Prouvez mathématiquement qu'il s'agit bien d'un minimum (10 points).

Question 5 (20 points). Prouvez que le champ de force

$$\vec{F} = \left(2xz^3 + 6y\right)\vec{i} + \left(6x - 2yz\right)\vec{j} + \left(3x^2z^2 - y^2\right)\vec{k}$$

est un champ de force conservatif. Dans un champ de force conservatif, le travail effectué sur une courbe reliant 2 points est indépendant de la courbe joignant ces 2 points.