

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2023

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

20-MB-B6 - ÉLECTROMAGNÉTISME

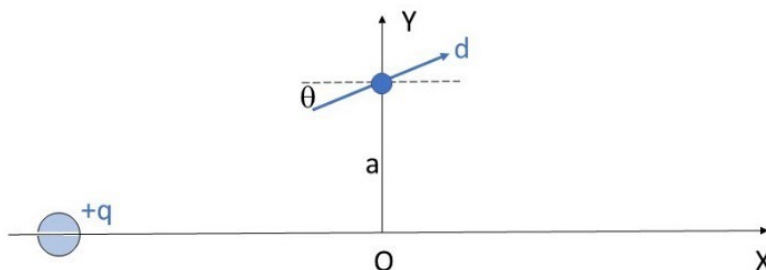
**Problème 1 (20 points). Forces entre les objets transportant des courants électriques.**

a) (5 points) Quelle est la force par unité de longueur entre deux fils droits séparés par une distance  $a$  qui transportent des courants  $I_w^1$  et  $I_w^2$ , et qui sont parallèles l'un à l'autre ?

b) (15 points) À l'aide d'a) et de l'intégration, calculez la force par unité de longueur agissant sur un fil suspendu à distance  $a$  au-dessus d'une feuille conductrice transportant un courant de surface uniforme. Le courant dans le fil  $I_w$  est parallèle à la direction d'un courant de surface avec une densité de courant par unité de longueur  $j_s$ .

Indice: 
$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}$$

**Problème 2 (20 points). Champs d'un dipôle électrique.**



Une petite bille métallique de masse  $m$  et de charge positive  $+q$  est confinée pour se déplacer sans frottement le long de l'axe OX passant par l'origine. Un dipôle électrique fixe à moment dipolaire  $\vec{d}$  est placé à distance  $a$  de l'origine le long de l'axe OY. La bille est initialement placée avec une vitesse nulle à moins l'infini le long de l'axe OX. Un vecteur dipôle est incliné d'un angle  $\theta \in (0, \pi/2)$  par rapport à l'axe OX et il est dirigé à l'opposé de la bille.

a) (15 points) En relâchant la bille, il commence à accélérer vers le dipôle. À quelle position  $x$  de la bille le long de l'axe OX sa vitesse atteint la valeur maximale ?

b) (5 points) Quelle est la vitesse maximale atteinte par la bille lorsque le dipôle est dirigé parallèlement à l'axe OX ( $\theta = 0$ ), et à quelle position  $x$  de la bille cela se produit-il ?

**Problème 3 (20 points). Stabilité d'un système de charges électriques.**

Une charge électrique négative stationnaire  $-q$  est placée aux coordonnées  $(-R, 0)$ . Un dipôle électrique avec un moment dipolaire  $d$  et une masse  $m$  est placé à l'origine  $(0, 0)$  et son vecteur est dirigé vers la charge électrique négative.

a) (5 points) Quelle est la force  $F_x$  agissant sur un dipôle ?

Une seconde charge électrique positive stationnaire  $+q$  est ajoutée au système aux coordonnées  $(+R, 0)$  pour stabiliser la position du dipôle.

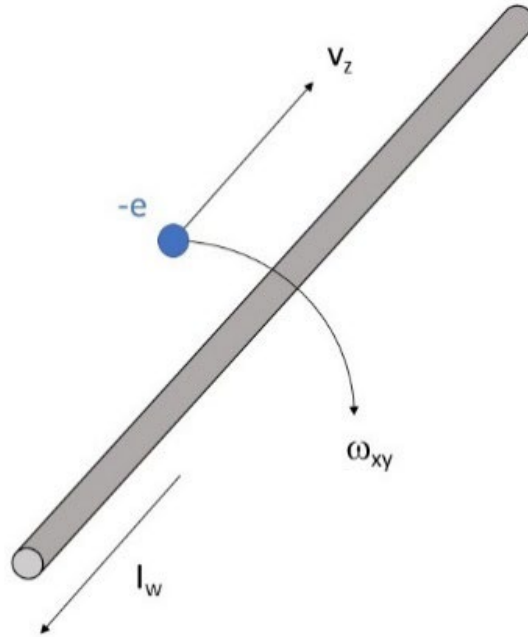
b) (5 points) Quelle est la force nette  $F_x$  agissant sur un dipôle ? Le dipôle est-il en équilibre ?

Supposons qu'un dipôle placé entre les deux charges stationnaires comme décrit précédemment est déplacé le long de l'axe OX d'une petite distance  $\delta x \ll R$ , tandis que la direction du dipôle reste inchangée.

c) (5 points) Calculez la force nette  $F_x$  agissant sur un dipôle en fonction des  $q, d, R$ , et  $\delta x$ .

d) (5 points) En utilisant le développement de Taylor jusqu'à un terme linéaire en  $\delta x$  présenter votre réponse sous la forme  $F_x \approx k \cdot \delta x$ , trouver la valeur et le signe d'une constante  $k$ . L'état d'équilibre d'un dipôle est-il stable ?

**Problème 4 (20 points). Mouvement d'un électron dans un champ magnétique.**



Un électron non relativiste se déplace sur une orbite stable autour du fil qui transporte le courant  $I_w$ . Le fil est dirigé selon l'axe OZ. Le mouvement d'un électron peut être décrit comme un mouvement de translation avec une vitesse constante  $v_z$  le long du fil plus un mouvement orbital avec un rayon  $r$  autour du fil (plan OXY) avec une vitesse angulaire constante  $\omega_{xy}$ . Nous supposons que la vitesse d'un électron  $v_z$  est dans la direction opposée au courant du fil  $I_w$ .

a) (5 points) Trouvez la valeur et tracez la direction du champ magnétique généré par le fil en fonction de  $r$ .

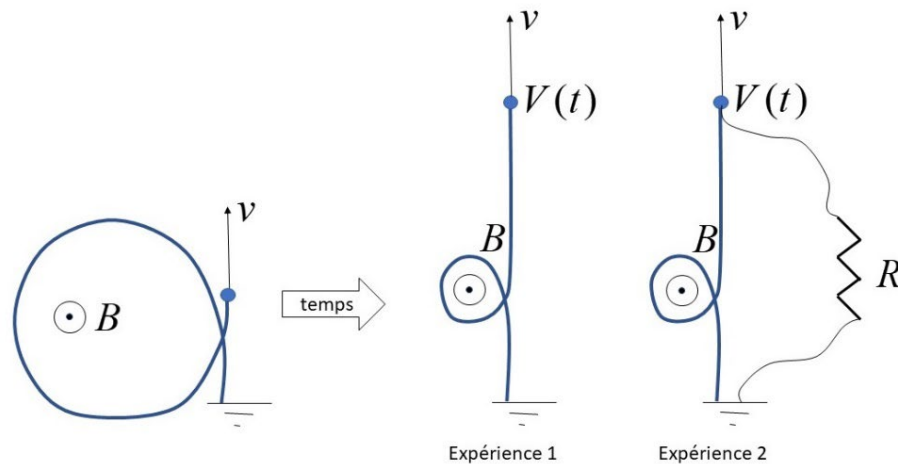
b) (5 points) Trouvez une relation entre  $v_z$  et  $\omega_{xy}$  en supposant que l'orbite d'électron est stable.

c) (5 points) Trouvez  $v_z$  en supposant que la vitesse totale d'un électron est  $v_e$ .

Rappel :  $v_e = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ .

d) (5 points) Pour une valeur donnée de la vitesse d'électron  $v_e$ , quelles sont les valeurs admissibles pour le rayon de l'orbite  $r$  ?

**Problème 5 (20 points). Loi de Faraday.**



Une boucle circulaire en fil métallique de longueur totale  $L$  est placée perpendiculairement à un champ magnétique uniforme  $B$ . La tension  $V$  est mesurée entre les extrémités de la boucle. Le fil a un revêtement en plastique afin qu'il n'y ait pas de court-circuit dans la boucle. L'une des extrémités de la boucle est fixée mécaniquement et mise à la terre. Une autre extrémité de la boucle est tirée verticalement avec une vitesse constante  $v$  de sorte que la zone de boucle circulaire est constamment réduite jusqu'à ce que la boucle disparaisse complètement. Dans vos calculs, ignorez l'inductance de la boucle.

a) (15 points) Expérience 1 : trouvez la dépendance temporelle du différentiel de tension  $V(t)$  entre les extrémités de la boucle en supposant un circuit électrique ouvert.

b) (5 points) Expérience 2 : En supposant que les extrémités de la boucle sont connectées à la résistance électrique  $R$ , calculez la chaleur totale dégagée par la résistance depuis le début de l'expérience jusqu'à ce que la boucle disparaisse.