

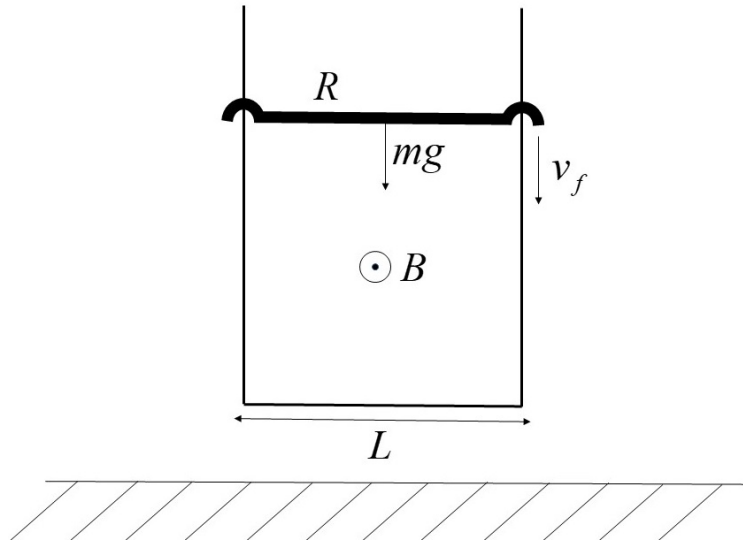
ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2023

Toute documentation permise  
Calculatrices : modèles autorisés seulement  
Durée de l'examen : 3 heures

20-MB-B6 ÉLECTROMAGNÉTISME

**Problème 1 (25 points). La loi de Faraday.**



Un cadre métallique rectangulaire de résistance électrique négligeable et de largeur  $L$  est placé perpendiculairement à un champ magnétique uniforme  $B$ . Le bord inférieur d'un cadre est parallèle au sol terrestre. Considérons un fil supplémentaire de résistance électrique  $R$  et de masse  $m$  placé au-dessus d'un cadre. Il peut glisser librement le long du cadre métallique tout en conservant toujours un parfait contact électrique avec le cadre. Lors du glissement, le fil reste toujours parallèle au sol. L'accélération gravitationnelle de la Terre est  $g$ .

Dans l'expérience, le fil est relâché à une certaine hauteur et commence à glisser le long du cadre métallique vers le sol sous l'effet de la force de gravité terrestre. Au bout d'un certain temps, on constate que la vitesse du fil atteint une valeur constante dans le temps  $v_f$  (vitesse terminale).

- (5 points) En supposant que le fil se déplace vers le sol avec une vitesse constante  $v_f$ , tracez la direction du courant induit  $I$  circulant à l'intérieur de la boucle du cadre.
- (5 points) En supposant que la valeur du courant  $I$  est connue, trouvez une expression pour la force de Lorentz agissant sur le fil en mouvement et indiquez sa direction.
- (5 points) Trouvez la valeur du courant  $I$  en supposant que le fil se déplace vers le sol avec une vitesse fixe (Indice : la force nette agissant sur le fil est nulle).
- (5 points) En utilisant la loi d'induction de Faraday, reliez le courant  $I$  et la vitesse terminale du fil  $v_f$ .
- (5 points) À partir de c) et d), trouvez une expression pour la vitesse terminale du fil en fonction de  $B, R, L, m, g$ .

## Problème 2 (25 points). Mouvement d'un électron dans le champ magnétique.

Le problème suivant est formulé dans le référentiel cartésien 3D (OXYZ), avec une origine en  $O$  ( $x=0, y=0, z=0$ ) et des vecteurs unitaires le long des axes principaux  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ .

Considérons un champ magnétique  $B_0 \cdot \hat{z}$  qui est uniforme et constant dans tout l'espace. Un électron de charge  $-e$  et de masse  $m_e$  est injecté à l'origine  $O$ . La vitesse initiale de l'électron à l'origine est  $v_0 \cdot \hat{x}$ . Le mouvement suivant de l'électron peut être décrit comme un mouvement circulaire avec un rayon  $r_e$  et une vitesse angulaire constante  $\omega_e$ .

- a) (5 points) Trouver la direction et la valeur de la force de Lorentz agissant sur l'électron au point d'injection  $O$ .
- b) (10 points) Trouvez le rayon  $r_e$  de l'orbite, les coordonnées du centre de l'orbite et indiquez le plan de mouvement des électrons (le plan auquel l'orbite est confinée). Exprimez vos résultats en termes de  $B, v_0, e, m_e$ .
- c) (5 points) Trouvez la fréquence angulaire  $\omega_e$  du mouvement circulaire. Est-ce que cela dépend de la vitesse initiale  $v_0$  de l'électron ?
- d) (5 points) Dessinez schématiquement l'orbite électronique dans le référentiel de coordonnées XYZ.

**Problème. 3 (25 points). Stabilité d'un système de charges électriques.**

Le problème suivant est formulé dans le référentiel cartésien 1D (OX), avec une origine en  $O$  ( $x=0$ ).

Deux charges électriques stationnaires  $Q$  identiques sont placées aux coordonnées  $x = -R$ , et  $x = R$ . Une autre charge mobile  $q$  de masse  $m$  est placée à l'origine  $O$ . Une charge  $q$  est dite en équilibre si la force nette agissant sur elle est nulle.

a) (5 points) Quelle est la force nette  $F_x$  agissant sur une charge  $q$ ? Est-ce la charge est à l'équilibre ?

Supposons qu'une charge mobile  $q$  placée entre les deux charges stationnaires comme décrit précédemment soit déplacée le long de l'axe OX d'une distance  $\delta x$ .

b) (5 points) Calculez la force nette  $F_x$  agissant sur une charge  $q$  en termes de  $q, Q, R$  et  $\delta x$ .

c) (5 points) En supposant de petits déplacements  $\delta x \ll R$  et en utilisant le développement de Taylor jusqu'à un terme linéaire en  $\delta x$ , présentez votre réponse en b) sous la forme  $F_x \approx k \cdot \delta x$ , exprimez la constante  $k$  en termes de  $q, Q, R$ .

L'équilibre est dit stable lorsque la charge  $q$  revient à sa position initiale à l'origine même si elle est déplacée d'une petite distance par rapport à l'origine.

d) (5 points) La charge  $q$  est-elle à l'équilibre stable si  $q > 0$  et  $Q > 0$  ?

e) (5 points) La charge  $q$  est-elle à l'équilibre stable si  $q < 0$  et  $Q > 0$  ?

**Problème 4 (25 points). Forces entre objets transportant des courants électriques.**

a) (5 points) Quelle est la force par unité de longueur entre deux fils droits séparés par une distance qui transportent des courants  $I_w^1$  et  $I_w^2$  et qui sont parallèles l'un à l'autre ?

b) (15 points) À l'aide de a) et de l'intégration, calculez la pression agissant sur une feuille conductrice transportant un courant de surface uniforme de densité par unité de longueur  $j_s^1$  suspendue à distance  $a$  au-dessus d'une autre feuille conductrice transportant un courant de surface uniforme de densité par unité de longueur  $j_s^2$ . La direction du courant de surface dans la feuille 1 est parallèle à la direction du courant de surface dans la feuille 2. Les deux feuilles sont parallèles entre elles.

Indice : 
$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}$$

c) (5 points) Si les directions des deux courants de surface sont les mêmes, les feuilles se repousseront-elles ou s'attireront-elles ?